

Análise da Capacidade de um Esquema ARQ para um Sistema DS-CDMA Multimídia

Vitor Rocha de Carvalho* e Celso de Almeida

Departamento de Comunicações – FEEC – UNICAMP
Caixa Postal: 6101, CEP: 13083-970, Campinas – SP
e-mail: vitorc@decom.fee.unicamp.br, celso@decom.fee.unicamp.br

Sumário – Neste trabalho analisaremos, para o enlace reverso de um sistema DS-CDMA, o aumento da capacidade de transmissão de dados pelo uso de um esquema ARQ. Avaliaremos o desempenho do sistema diante da utilização de diversos tipos de códigos de bloco. Elaboraremos também um modelo, baseado no ganho assintótico de um código de bloco, que permite a obtenção de expressões da capacidade. Apresentaremos também uma análise da utilização de códigos convolucionais neste sistema, discutindo sua eficiência para as diferentes situações.

1. INTRODUÇÃO

Prover serviços multimídia com eficiência tem sido um grande desafio para as comunicações móveis. Recentemente a utilização de um esquema ARQ (Automatic Repeat Request) para a transmissão de dados em um sistema CDMA (Code Division Multiple Access), como o padrão IS-95, tem sido estudada[1]. Para tanto, em [1] apenas códigos de Hamming com diferentes comprimentos foram utilizados como elemento detetor de erros no esquema ARQ.

Analisaremos, a seguir, o comportamento deste sistema com a utilização de códigos mais poderosos para detecção de erros, tais como diferentes códigos BCHs, o código de Golay e o de Golay estendido.

Apresentaremos um modelo para o sistema baseado em expressões assintóticas aproximadas para os ganhos de um código de bloco, que simplifica a análise do sistema, permite a obtenção de expressões para o número de usuários e apresenta excelente concordância com os valores obtidos através das expressões de probabilidade de erro. Discutiremos também a eficiência da atuação dos códigos convolucionais neste tipo de sistema

2. CDMA

Um sistema de comunicações sem fio, como o padrão IS-95, se baseia em espalhamento espectral para proporcionar múltiplos acessos a seus usuários.

A técnica de espalhamento espectral do tipo DS (sequência direta) é realizada através da multiplicação de cada bit de informação por uma sequência PN (pseudo-aleatória) de forma a tornar o sinal transmitido de faixa larga e de baixa densidade espectral.

O sinal transmitido tem portanto uma banda tão larga quanto a da sequência PN que o espalhou. Cada usuário do sistema tem uma sequência PN própria e distinta dos demais usuários de sua célula. A razão entre a banda espalhada e a taxa de bits original é denotada por G e denominada ganho de processamento.

Para recuperar a sequência de dados de informação, o sinal recebido é aplicado a um receptor que consiste de um multiplicador seguido pelo filtro casado. O multiplicador é suprido com uma sequência PN gerada localmente, que é uma cópia exata da usada no transmissor. Assim a sequência de informação é contraída de volta a seu espectro original, enquanto a interferência devido aos outros usuários é espalhada ainda mais, sendo sua maior parte eliminada após o filtro casado. A quantidade de interferência eliminada neste procedimento é proporcional ao ganho de processamento G. A relação sinal-interferência pós-deteção de um sistema CDMA pode ser escrita como:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{GS}{I + N} \quad (1)$$

onde S é a potência do sinal do usuário em questão, I é a potência da interferência devido aos outros usuários e N é a potência do ruído branco associado ao canal.

Este é o princípio do CDMA. Uma técnica de múltiplo acesso por divisão de códigos, onde todos os usuários utilizam, ao mesmo tempo, o mesmo canal de transmissão e o mesmo espectro.

3. ARQ

* Trabalho em parte apoiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP

Para um sistema como especifica o padrão IS-95, um código convolucional de taxa $\frac{1}{2}$ é usado para aumentar a capacidade no enlace reverso do sistema em relação a usuários de voz. Para a transmissão de dados, um sistema ARQ é bastante conveniente, principalmente devido ao fato de que detectar um erro é bem mais fácil que corrigi-lo e também de que os pacotes de dados podem sofrer pequenos atrasos em sua transmissão sem comprometer de forma perceptível a qualidade do sistema.

Um esquema ARQ, de maneira bastante simplificada, funciona através de um código utilizado para detecção de erros e um canal de resposta. A informação é codificada e enviada. Caso seja detectado algum erro na recepção, um NACK (Negative Acknowledgement), através do canal de resposta confiável, é enviado ao transmissor e este então repetirá o envio da mesma informação enquanto não houver detecção de erros no receptor.

Um sistema ARQ pode ser facilmente implementado de forma a melhorar o desempenho do sistema, diminuindo a probabilidade de erro na transmissão de dados e com isso aumentando o número de usuários de dados.

4. GANHOS ASSINTÓTICOS

De modo geral, um código de bloco (n, k, d_{\min}) transforma k bits de informação em n bits, tendo portanto uma taxa $R_B = k/n$. A distância mínima d_{\min} de um código é a menor distância de Hamming entre duas palavras código válidas. Consequentemente, a detecção de erro é sempre possível se o número de erros de bit numa palavra for menor que d_{\min} . Da mesma forma, se o número de erros for igual ou superior a d_{\min} , a palavra recebida pode corresponder a outra palavra do código e os erros não serão detectados.

A probabilidade de não detecção de erro de bit será aproximadamente dada por:

$$P_b(E) \approx \sum_{j=d_{\min}}^n \frac{A_j}{k} p^j (1-p)^{n-j} \quad (2)$$

onde A_j é o número de palavras código de peso j e p é a probabilidade de erro de bit que, considerando a modulação DPSK, vale

$$p = \frac{1}{2} \exp(-R_B \cdot \frac{E_b}{N_0}) \quad (3)$$

onde E_b/N_0 é a relação sinal-ruído para o sistema não codificado.

Uma aproximação para o ganho de detecção obtido por um código de bloco pode ser conseguida supondo $p \ll 1$, utilizando-se (3) e o primeiro termo de (2):

$$P_b(E) \approx \frac{A_{d_{\min}}}{k} p^{d_{\min}} = \frac{A_{d_{\min}}}{k} \frac{1}{2^{d_{\min}}} \exp(-R_B d_{\min} \frac{E_b}{N_0}) \quad (4)$$

Para o sistema não-codificado a probabilidade de erro de bit é expressa como:

$$P_b(E) = \frac{1}{2} \exp(-\frac{E_b}{N_0}) \quad (5)$$

Comparando os termos dentro da exponencial nas eqs. (4) e (5), temos que assintoticamente um código de maior detecção de erros deve ser buscado de forma a maximizar o produto $R_B d_{\min}$. Dessa maneira o ganho assintótico de relação sinal-ruído com o uso de um código de bloco vale $R_B d_{\min}$.

Este ganho, como vimos, é relativo a um sistema não codificado. O ganho assintótico de detecção que se consegue após a decodificação com o uso de um código de bloco em relação ao E_b/N_0 que chega à entrada do código de bloco vale portanto d_{\min} . Tal resultado pode ser obtido da comparação entre os termos exponenciais de (3) e (4).

5. MODELOS

5.1 Sistema CDMA

A capacidade de um sistema celular DS-SS é limitada pela interferência provocada pelos demais usuários da célula em questão e pelas demais células. Vamos considerar um sistema que suporta serviços de voz e de dados.

A relação E_b/N_0 recebida para sinais de voz, como mostra a Fig. 1, é modelada por:

$$SNR_v = (\frac{E_b}{N_0})_v = \frac{G_v S_v}{\sum_{i=1}^{N_v-1} \alpha S_{v,i} + \sum_{j=1}^{N_d} S_{d,j} + I + N} \quad (6)$$

onde G_v é o ganho de processamento para o sinal de voz, S_v é a potência do sinal de voz recebido do usuário em questão, $S_{v,i}$ é a potência do sinal recebido do i -ésimo usuário de voz, $S_{d,j}$ é a potência do sinal recebido do j -ésimo usuário de dados, I é a potência da interferência de outras células, N é a potência do ruído branco, α é o fator de atividade de voz e N_v e N_d são, respectivamente, o número de usuários de voz e de dados na célula em questão.

A relação E_b/N_0 recebida para usuários de dados, como ilustra a Fig. 2, é modelada por:

$$SNR_d = (\frac{E_b}{N_0})_d = \frac{G_d S_d}{\sum_{i=1}^{N_v} \alpha S_{v,i} + \sum_{j=1}^{N_d-1} S_{d,j} + I + N} \quad (7)$$

onde G_d é o ganho de processamento para sinais de dados e S_d é a potência do sinal de dados recebido do usuário em questão.

Supondo que a estação base recebe as mesmas potências de todos os móveis (controle de potência ideal) e que a interferência sobre a célula em questão devido a outras células é f vezes a interferência interna teremos [1]:

$$S_v = A \cdot S_d \quad (8)$$

onde

$$A = \frac{G_d \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_d^{-1} + 1 + f}{G_v \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_v^{-1} + (1+f)\alpha} \quad (9)$$

Relacionando as expressões (7) e (6) temos que:

$$\alpha N_v + A^{-1} N_d \leq \left(\frac{G_d}{\left(\frac{E_b}{N_0} \right)_d \cdot (1+f)} + 1 \right) \cdot A^{-1} \quad (10)$$

que relaciona o número de usuários de voz com o de dados e determina portanto a capacidade do sistema.

A seguir, tentaremos encontrar a máxima capacidade (número de usuários) através da minimização de $(E_b/N_0)_d$ pelo uso de diferentes códigos de bloco.

5.2 Modelo Analítico

A melhoria em E_b/N_0 (ou SNR - Relação Sinal-Ruído) pode ser também interpretada em termos da probabilidade de erro de bit (BER). As Fig. 1 e 2 ilustram os modelos de receptor para usuários de voz e de dados.

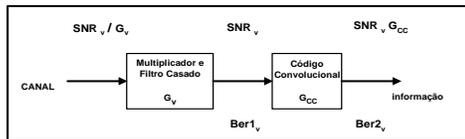


Fig. 1: Receptor para Usuário de Voz

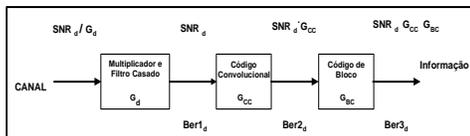


Fig. 2: Receptor para Usuário de Dados

No modelo para voz, a informação é codificada num código convolucional e em seguida é espalhada e transmitida. O código convolucional utilizado (o mesmo utilizado no enlace reverso do padrão IS-95) possui 'Constraint Length' $K=9$, taxa $R_C=1/2$, $d_{free}=12$ e polinômio gerador, em notação octal, $g(x)=([753\ 561])$.

Já no modelo de dados, a informação além de passar pelo mesmo código convolucional utilizado no modelo de voz, o

signal é anteriormente codificado por um código de bloco que vai ser responsável pela detecção de erros do esquema ARQ. Na recepção ocorrem os processos inversos.

Dessa maneira, para os modelos utilizados, denotamos de $Ber1$ a probabilidade na recepção antes da decodificação no código convolucional, $Ber2$ a probabilidade de erro antes do código de bloco (ou após o convolucional) e $Ber3$ a probabilidade de erro após o código de bloco, ou seja, na recepção da sequência de informação. Supondo que o decodificador convolucional se utiliza de decodificação por decisão do tipo 'hard', tais probabilidades de erro de bit podem ser relacionadas[2, 3] por:

$$Ber3(Ber2) \equiv \sum_{j=d_{min}}^n \frac{A_j}{k} (Ber2)^j (1 - Ber2)^{n-j} \quad (11)$$

$$Ber2(Ber1) \equiv \frac{1}{k_0} \sum_{d=d_{free}}^{\infty} B_d (2 \cdot \sqrt{Ber1(1 - Ber1)})^d \quad (12)$$

onde (n_0, k_0) são parâmetros do código convolucional e (n, k) são os do código de bloco, d_{free} é a distância livre do código convolucional utilizado, B_d é o número de bits de informação não nulos em todos os caminhos de peso d na treliça do código convolucional.

Por sua vez, $Ber1$ relaciona-se com $(E_b/N_0)_i$ através da equação 5, ou seja,

$$Ber1 = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right)_i \quad (13)$$

onde $(E_b/N_0)_i$ é a relação sinal-ruído na entrada do decodificador convolucional onde, para voz $i=v$ e para dados $i=d$, pode ser obtida de (6) e (7).

5.3 Modelo Assintótico

Conforme ilustrado nas Fig. 1 e 2, cada um dos estágios na recepção oferece um ganho de relação sinal-ruído referente à entrada do estágio. A descompressão espectral oferece um ganho de G_i , onde $i=v$ para voz e $i=d$ para dados, o código convolucional um ganho de G_{CC} e o código de bloco um ganho de G_{BC} .

Analisaremos o caso para usuários de dados. Conforme foi visto na seção 4, o ganho assintótico de um código de bloco vale d_{min} . Como em nosso modelo tal código vai trabalhar com altas relações sinal-ruído de entrada, trata-se de uma boa aproximação.

O ganho processamento G_d vale:

$$G_d = R_B \cdot R_C \cdot G_0 \quad (14)$$

onde G_0 é o ganho de processamento de um sistema sem nenhuma codificação, ou seja, G_d diminui pela inclusão de códigos corretores.

A mesma análise feita para o código de bloco na seção 4 pode ser realizada para o convolucional[3]. Dessa forma, o ganho assintótico G_{CC} de um código convolucional vale $d_{\text{free}}/2$ (supondo decodificação por decisão do tipo 'hard'). Todavia, em nosso modelo o código convolucional trabalha com relações sinal-ruído baixas (cerca de d_{min} vezes menores que as trabalhadas pelo código de bloco) e por isso tal aproximação não é condizente com os ganhos realmente obtidos por este código na recepção, conforme mostra a Fig. 3.

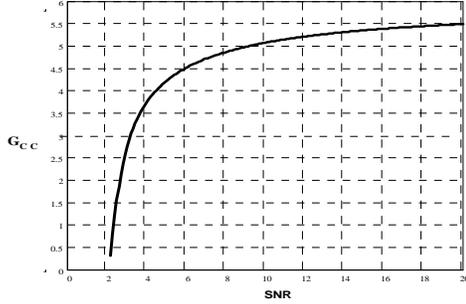


Fig. 3: Ganho do Código Convolucional em função de SNR_d

Para termos uma expressão deste ganho, realizamos uma interpolação usando um polinômio de segundo grau. Assim, sendo $x=SNR_d G_{CC}$ a relação sinal-ruído na saída do código convolucional (ver Fig. 2), temos que uma excelente aproximação para o ganho do código convolucional para x entre 2 e 14 vale:

$$G_{CC}(x) \approx 0.08595 + 0.42796x - 0.01227x^2 \quad (15)$$

Portanto, para uma dada probabilidade de erro de bit de informação Ber_3 , podemos aproximar:

$$\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_d = SNR_d \approx \frac{x}{G_{CC}(x)} \quad (16)$$

onde x pode ser aproximada como a relação sinal-ruído após o código de bloco dividida pelo ganho deste estágio (d_{min}). Desta forma, utilizando a eq. 5 para relacionar a probabilidade de erro com a relação sinal-ruído teremos:

$$x = \frac{-\ln(2Ber_3)}{d_{\text{min}}} \quad (17)$$

Observando a validade do polinômio de aproximação acima para o caso de usuários de voz, podemos reescrever a eq. 9 como:

$$A = \frac{G_d \left(\frac{-\ln(2Ber_3_d)}{d_{\text{min}}} \right)^{-1} + 1 + f}{G_v \left(\frac{-\ln(2Ber_2_v)}{G_{CC}(-\ln(2Ber_2_v))} \right)^{-1} + (1+f)\alpha} \quad (18)$$

Consequentemente a eq. 10 pode ser aproximada por:

$$\alpha N_v + A^{-1} N_d \leq \left(\frac{G_d}{\frac{-\ln(2Ber_3_d)}{d_{\text{min}}} \cdot (1+f)} + 1 \right) \cdot A^{-1} \quad (19)$$

6. RESULTADOS

6.1 Considerações

Em nosso modelo, admitimos em todos os casos parâmetros similares aos do padrão IS-95. Assim, a interferência de outras células é vista como ruído gaussiano branco e vale cerca de $f=0,55$ vezes a interferência interna da célula em questão.

A probabilidade de erro de bit para os usuários de voz vale, no máximo, 10^{-3} e para os usuários de dados, 10^{-9} . A taxa de transmissão de dados e de voz é considerada fixa e de 9600 bits/s. A banda de espalhamento é de 1,2288 MHz. O fator de atividade de voz $\alpha=0.453$.

O ruído de fundo é considerado desprezível diante das interferências. Outra suposição importante é que o sistema trabalha com probabilidades de erro de bit pequenas o que propicia uma probabilidade de retransmissão de dados $\ll 1$. O canal de retorno é considerado ser sem erro.

6.2 Resultados Numéricos e Gráficos

A Fig. 4 ilustra a capacidade do sistema para diferentes códigos de Hamming. As curvas Hamming(7,4), Hamming(15,11) e Hamming(63,57) foram obtidas através das eqs. 11 e 12. As aproximações foram geradas através da eq. 19. Percebe-se que a aproximação está em excelente concordância com os valores exatos (obtidos através das eqs. 11 e 12).

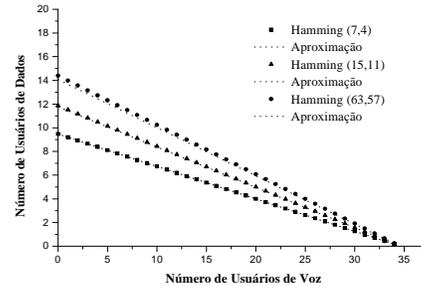


Fig.4: Capacidade do sistema para 3 diferentes tipos de códigos de Hamming

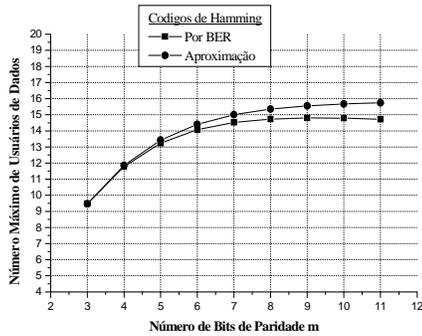


Fig. 5: Máximo número de usuários de dados para diversos tipos de códigos de Hamming

A Fig. 5 expressa o número máximo de usuários de dados em função do número de bits de paridade para alguns códigos de Hamming. Foi observado que a capacidade do sistema atinge um valor máximo para $m=9$. Um valor máximo na capacidade também foi observado em [1] e a diferença de valores decorre do número de termos considerados na equação 12. Para tanto, utilizamos os 16 primeiros termos de B_d [4].

A justificativa deste valor máximo é pelo fato de que, à medida que aumentamos m , a diminuição em E_b/N_0 se torna menos acentuada que o aumento no ganho de processamento (devido ao aumento de R_B). Todavia, para o modelo assintótico não existe um valor máximo de m pois, apesar de R_B aumentar com o crescimento de m , o valor de E_b/N_0 não se altera já que d_{\min} é constante para todos os códigos de Hamming.

O sistema pode ser analisado da seguinte maneira. O ganho total em relação sinal-ruído obtido em todo o processo de recepção Γ_D vale (ver Fig.2):

$$\Gamma_D = G_{CC} \cdot G_{BC} \cdot G_d \approx G_{CC} R_C R_B G_0 d_{\min} \quad (15)$$

onde se pode perceber que, para um dado código de bloco, para que a utilização do código convolucional seja eficiente, devemos ter:

$$R_C G_{CC} > 1 \Rightarrow G_{CC} > \frac{1}{R_C} = 2 \quad (16)$$

Consideramos, então, a possibilidade de utilizar um código de bloco mais poderoso na detecção de erros que os de Hamming, ou seja, com maior produto $R_B d_{\min}$.

Entretanto a utilização de tais códigos faria o código convolucional trabalhar numa região de menor relação sinal-ruído, diminuindo seu ganho e chegando até, conforme observamos em algumas situações, a deteriorar o desempenho do sistema.

Portanto, caso o código de bloco faça o código convolucional trabalhar numa região que torne seu ganho menor que 2, é vantajoso retirar o código convolucional do receptor.

Observamos na Fig. 6 o efeito da retirada do código convolucional para alguns códigos de maior d_{\min} , como é o caso de códigos BCH com $d_{\min}=7$.

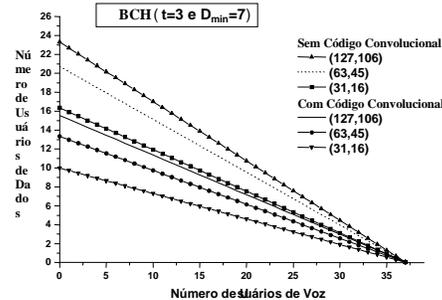


Fig. 6: Capacidade do sistema com o uso de códigos BCH com $d_{\min}=7$, com e sem pós-codificação convolucional.

Como se pode perceber, para estes códigos o esquema sem código convolucional é bem mais eficiente que com código convolucional. Os valores de capacidade obtidos foram inclusive bem maiores que os obtidos com o uso de códigos de Hamming, sendo portanto uma boa alternativa em [1] para a implementação deste esquema.

Para tornar a utilização do código convolucional sempre eficiente, passamos a trabalhar com probabilidades de erro de bit Ber3 de 10^{-18} . Com isso, o código convolucional passa a trabalhar em regiões de maiores relações sinal-ruído, passando assim a ter ganhos maiores que 2.

As Fig. 7, 8, 9 e 10 ilustram o comportamento do sistema operando com esta nova probabilidade máxima de erro na transmissão de dados. Estudamos, além dos códigos já comentados, alguns BCHs com $d_{\min}=5$, o código de Golay (23,12,7) e o de Golay Estendido (24,12,8).

Pode-se perceber que os códigos BCH com $d_{\min}=7$ apresentam o melhor desempenho entre os casos acima. Sendo portanto, entre os códigos de bloco aqui estudados, os códigos mais indicados em um esquema ARQ, como o proposto.

Percebe-se também que a expressão assintótica encontra-se em excelente concordância com os resultados exatos obtidos.

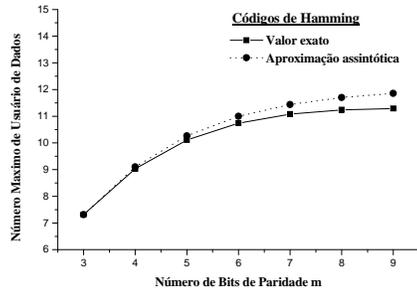


Fig. 7: Máximo número de usuários de dados para diversos tipos de códigos de Hamming

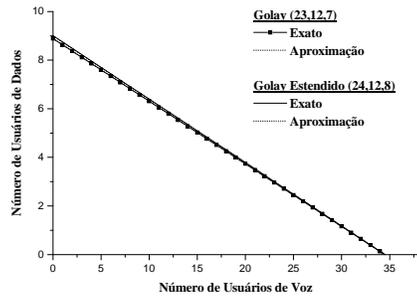


Fig. 8: Capacidade do sistema com o uso do código de Golay e do código de Golay Estendido

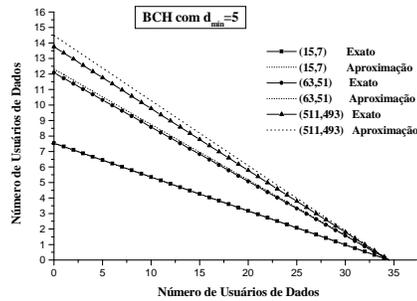


Fig. 9: Capacidade do sistema com o uso de códigos BCH com $d_{min}=5$.

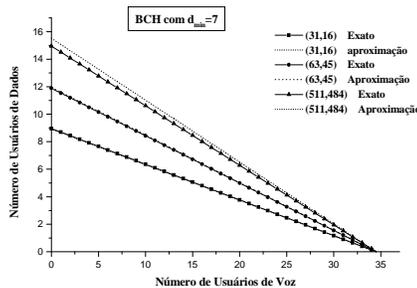


Fig. 10: Capacidade do sistema com o uso de códigos BCH com $d_{min}=7$.

CONCLUSÕES

Os resultados vistos permitem afirmar que, para o sistema proposto, os códigos BCH com $d_{min}=7$ maximizam o número de usuários de dados no sistema, tendo inclusive desempenho bastante superior ao conseguido pelos códigos de Hamming de mesmo comprimento (propostos em [1]).

Apresentamos um modelo e expressões para avaliar o desempenho do sistema baseado no valor assintótico do ganho de um código de bloco. Tal modelo permite uma grande simplificação na análise e na compreensão do problema, constituindo uma excelente aproximação para os valores de capacidade do sistema.

Concluimos também que, para sistemas que trabalhem com códigos de bloco poderosos (grande d_{min}) e probabilidade de erro de bit de informação Ber_3 da ordem de 10^{-9} , o sistema de recepção de dados tem maior desempenho sem a atuação do código convolucional utilizado no receptor.

9. REFERÊNCIAS:

- [1] Lee, C. and Kim, K., 'Capacity enhancement using an ARQ scheme in a voice/data DS-CDMA system' *Electronics Letters*, n. 4, Vol. 34, 1998
- [2] Wicker, S., 'Error control system for digital communications and storage', Prentice-Hall, 1995
- [3] Lin, Shu and Costello, D.J., 'Error control coding: fundamentals and applications', Prentice-Hall, New Jersey, 1983
- [4] Conan, J., 'The weight spectra of some short low-rate convolutional codes', *IEEE Transactions on Communications*, Vol. COM-32, No. 9, Sept. 1984