



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
DEPARTAMENTO DE COMUNICAÇÕES - DECOM

# CONTRIBUIÇÕES AO CÁLCULO ANALÍTICO DO DESEMPENHO DE REDES ÓPTICAS CDMA

Por

VITOR ROCHA DE CARVALHO

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE  
COMPUTAÇÃO DA UNICAMP COMO PARTE DOS REQUISITOS EXIGIDOS PARA A  
OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

**Banca Examinadora :**

Prof. Dr. Celso de Almeida (Orientador) - FEEC/UNICAMP

Prof. Dr. Eduardo Nisenbaum - CEFET-PR

Prof. Dr. Edson Moschin - FEEC/UNICAMP

Campinas, 10 de abril de 2000.

## O PROFESSOR

O professor disserta  
sobre ponto difícil do programa.  
Um aluno dorme,  
cansado das canseiras desta vida.  
O professor vai sacudi-lo ?  
Vai repreendê-lo ?  
Não.  
O professor vai baixar a voz  
Com medo de acordá-lo.

*Carlos Drummond de Andrade*

Dedico este trabalho a Maria Alzira e Raymundo.

Por nosso amor.  
Por tudo.

# Agradecimentos

- Ao Prof. Celso de Almeida, pela oportunidade.
- Aos colegas do DECOM, pela ajuda constante. Em especial, agradeço a Lúcia, Marcelo Pellenz, Felipe Antônio e Prof. Michel.
- À Marcia, por todas as horas de cumpridade, companheirismo, amizade e dedicação que vivemos. Meu mais verdadeiro agradecimento.
- Ao Márcio, por sua sincera e corajosa amizade durante estes 2 anos.
- A Ricardo, Daniel, José Antônio, Carlinhos, Renata e Dica, por estarem sempre "por perto".
- Aos piauienses que me receberam em Campinas : Zoraida, Bernardo, Cléber e Marisa.
- A Richard, J. Benevides, Candice, Velhinho, D. Felinto, Franciraldo, Ricardo Campello e Tabosa, por conversas sobre ciência, filosofia, artes e religião que me inspiram até hoje.
- Às amigas da pós : André, Daniela, Érico, Luís, Bruno, César, Mercia, Niudomar, Vilene, Joselan, Rafael, Verena, Virgínia, Dimitri e tantos outros.
- Ao pessoal "lá de casa" : Marcia, André, Divanilson, Fernando, Gustavo e Renato.
- À Fapesp, pelo apoio financeiro através da bolsa de estudo e reserva técnica.

# Resumo

Neste trabalho o desempenho da técnica CDMA (do inglês *Code Division Multiple Access*) em redes de comunicações ópticas é estudado em termos de probabilidade de erro de bit. Diversas famílias de sequências de espalhamento são estudadas e expressões analíticas aproximadas para este desempenho são obtidas e confirmadas por simulações computacionais. As famílias de sequências de espalhamento analisadas são as sequências Gold, as sequências puramente aleatórias e as sequências ópticas ortogonais. Um novo receptor para CDMA óptico com espalhamento por sequências bipolares e processamento óptico é apresentado. Por fim, um estudo sobre a interferência de batimento óptico nestes sistemas é realizado. Pode-se concluir que a interferência causada por este fenômeno em tais sistemas é desprezível.

# Abstract

In this work, the performance of CDMA (*Code Division Multiple Access*) schemes applied to optical networks is analyzed in terms of the bit error probability. Several types of spreading sequences are studied and performance expressions are derived and confirmed by computational simulation. The types of spreading sequences analyzed are Gold sequences, random sequences and optical orthogonal sequences. A new optical CDMA receiver with bipolar spreading and optical processing is presented. At last, a study on the optical beat interference in optical CDMA systems is performed. It is observed that this kind of interference is negligible in such systems.

# Glossário

CDMA	Code Division Multiple Access
TDMA	Time Division Multiple Access
FDMA	Frequency Division Multiple Access
WDM	Wavelength Division Multiplexing
MAI	Multiple Access Interference
OBI	Optical Beat Interference
OCDMA	Optical Code Division Multiple Access
SOOs	Sequências Ópticas Ortogonais
SMCs	Sequências de Máximo Comprimento
SNR	Signal-to-Noise Ratio
$P_e$	Probabilidade de Erro de Bit
SS	Spread Spectrum
$T_b$	Intervalo de Duração de Bit
$T_c$	Intervalo de Duração de Chip
$E_b$	Energia Média por Bit
$N_0/2$	Densidade Espectral de Potência de Ruído Gaussiano Branco
R	Responsividade do Fotodetector
$R_f$	Constante de Transimpedância
G	Ganho de Processamento
K	Número de Marcas de uma Sequência Óptica Ortogonal
$\lambda_a$	Máximo Valor de Autocorrelação Deslocada de uma família de SOOs
$\lambda_c$	Máximo Valor de Correlação Cruzada de uma família de SOOs

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
1.1	Motivação . . . . .	11
1.2	Objetivos . . . . .	13
1.3	Organização do Trabalho . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Espalhamento Espectral e CDMA</b>	<b>15</b>
2.1	Introdução . . . . .	15
2.2	Técnicas de Espalhamento Espectral . . . . .	15
2.3	CDMA - Code Division Multiple Access . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Sequências de Espalhamento</b>	<b>22</b>
3.1	Introdução . . . . .	22
3.2	Definições e Propriedades Básicas . . . . .	22
3.3	Sequências de Máximo Comprimento (SMC) . . . . .	24
3.4	Sequências Gold . . . . .	26
3.5	Sequências Puramente Aleatórias . . . . .	27
3.6	Sequências Walsh . . . . .	27
3.7	Sequências Ópticas Ortogonais . . . . .	28
<b>4</b>	<b>CDMA Óptico</b>	<b>30</b>
4.1	Introdução . . . . .	30
4.2	Histórico e Ambiente Óptico . . . . .	30
4.3	Modelos de OCDMA para Sequências de Espalhamento Bipolares . . . . .	31
4.3.1	Processamento Eletrônico . . . . .	32
4.3.2	Processamento Óptico . . . . .	33
4.3.3	Relação Sinal-Ruído . . . . .	36
4.3.4	Probabilidade de Erro de Bit . . . . .	42

4.4	Modelo de OCDMA para SOOs . . . . .	43
4.4.1	Relação Sinal-Ruído . . . . .	45
4.4.2	Probabilidade de Erro de Bit . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Resultados e Simulações</b>	<b>51</b>
5.1	Introdução . . . . .	51
5.2	Simulações e Comentários . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Fatores Degradantes do Sistema</b>	<b>58</b>
6.1	Introdução . . . . .	58
6.2	Dispersão . . . . .	58
6.3	Interferência de Batimento Óptico . . . . .	60
6.3.1	Sequências de Espalhamento Bipolares . . . . .	60
6.3.2	Sequências Ópticas Ortogonais . . . . .	65
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>69</b>
7.1	Considerações Finais . . . . .	69
7.2	Breves Comentários sobre os Protocolos WDMA, CDMA e TDMA . . . . .	71
7.3	Propostas para Trabalhos Futuros . . . . .	72
<b>A</b>	<b>Eliminador de Nível DC</b>	<b>77</b>

# Lista de Figuras

2.1	Exemplo de Espalhamento Espectral FH . . . . .	16
2.2	Espalhamento Espectral do tipo DS . . . . .	17
2.3	Modelo de Sistema DS/SS com modulação BPSK . . . . .	17
2.4	Modelo em Banda Base de Sistema CDMA Assíncrono . . . . .	19
3.1	Registrador de Deslocamento de 5-estágios para a construção de uma SMC .	24
3.2	Duas SOOs com Comprimento $G=32$ , $K=4$ e $\lambda_c = \lambda_a = 1$ . . . . .	29
4.1	Rede de CDMA Óptico - Topologia Estrela . . . . .	32
4.2	Modelo de Transmissor para Sistema OCDMA com Sequências de Espalha- mento Bipolares . . . . .	32
4.3	Modelo de Receptor OCDMA para Sequências Bipolares . . . . .	33
4.4	Transmissor de OCDMA com Processamento Óptico para Sequências Bipolares	34
4.5	Receptor de OCDMA com Processamento Óptico para Sequências Bipolares.	35
4.6	Modelo de Transmissor para OCDMA utilizando SOOs . . . . .	44
4.7	Receptor de OCDMA para SOOs . . . . .	44
5.1	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleató- rias de Comprimento 31 e com Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	53
5.2	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleató- rias de Comprimento 127 e com Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	53
5.3	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Compri- mento 31 e com Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	55
5.4	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Compri- mento 127 e com Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	55
5.5	Desempenho do Sistema OCDMA Unipolar para SOOs de Comprimento 31 e Duas Marcas . . . . .	56

5.6	Desempenho do Sistema OCDMA Unipolar para SOOs de Comprimento 50 e duas marcas . . . . .	57
A.1	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleatórias de Comprimento 31 e sem Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	80
A.2	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleatórias de Comprimento 127 e sem Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	80
A.3	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Comprimento 31 e sem Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	81
A.4	Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Comprimento 127 e sem Correção do Nível DC no Receptor. . . . .	81

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação

Nos últimos anos, os sistemas de comunicação têm se deparado com um impressionante aumento nos fluxos de informação, devido principalmente à crescente demanda por novos serviços e à multiplicação no número de consumidores. As atuais redes de comunicação simplesmente não possuem capacidade para suportar o crescimento exponencial desta demanda.

Para a utilização mais eficiente da capacidade de um canal de comunicação com grande número de usuários, diversos protocolos de múltiplo acesso têm sido desenvolvidos. Os protocolos de múltiplo acesso são baseados, principalmente, em três formas de multiplexação : a multiplexação por divisão em frequência (ou FDM, do inglês *Frequency Division Multiplexing*), a multiplexação por divisão temporal (ou TDM, do inglês *Time Division Multiplexing*) e a multiplexação por divisão de código (ou CDM, do inglês *Code Division Multiplexing*).

O FDM é a mais tradicional forma de multiplexação. Nele o espectro disponível do canal é dividido em  $N$  pequenas faixas, cada uma alocando o sinal de um dado usuário. Dessa forma, cada usuário têm sua própria banda de frequência, não havendo portanto interferência entre diferentes usuários. No domínio das comunicações ópticas, a multiplexação por divisão em frequência leva o nome de multiplexação por comprimento de onda (ou WDM, do inglês *Wavelength Division Multiplexing*). Apesar de haver diferenças entre FDM e WDM, neste trabalho não faremos distinção entre estas técnicas de multiplexação.

O TDM multiplexa os sinais de diversos usuários em um mesmo canal através de uma organização temporal, ou seja, os diferentes usuários transmitem em diferentes intervalos de tempo.

O CDM é uma técnica de multiplexação baseada em espalhamento espectral (ou, em inglês, *spread spectrum*). A técnica de espalhamento espectral foi desenvolvida com fins

militares em meados do século XX. No CDM os sinais de todos os usuários ocupam a mesma faixa do espectro e são transmitidos simultaneamente. No entanto, antes de ser transmitido, cada sinal é espalhado espectralmente de acordo com uma forma de onda (ou sequência de espalhamento) diferente. Na demultiplexação, a distinção entre os sinais é feita através da utilização, no receptor, da mesma sequência de espalhamento utilizada na transmissão.

Em um ambiente de múltiplo acesso, um único canal é disponível à comunicação entre muitos usuários. Redes de comunicação deste tipo que utilizam o FDM são conhecidas como redes de múltiplo acesso por divisão de frequência (ou FDMA, do inglês *Frequency Division Multiple Access*). Analogamente, as que se baseiam em TDM como forma de prover múltiplo acesso são conhecidas como redes de múltiplo acesso por divisão temporal (ou TDMA, do inglês *Time Division Multiple Access*) e as que se baseiam em CDM são conhecidas como redes de múltiplo acesso por divisão de código (ou CDMA, do inglês *Code Division Multiple Access*).

Nas comunicações em RF e microondas, os três protocolos de múltiplo acesso acima têm sido utilizados com sucesso. O FDMA é utilizado em sistemas de satélites, de pagers e celulares. Baseado em FDMA, o AMPS (do inglês *Advanced Mobile Phone Service*) foi um dos primeiros padrões analógicos de telefonia celular e ainda é uma das mais utilizadas tecnologias de comunicação sem fio. O TDMA foi inicialmente desenvolvido para comunicações via satélite, porém hoje tem sua utilização amplamente difundida em sistemas sistemas WLL (do inglês *Wireless Local Loop*), sistemas celulares, entre outros. Baseados em TDMA, os padrões de telefonia celular digital GSM (do inglês *Global System for Mobile Communications*) e IS-136 são amplamente utilizados em grande parte do mundo.

Sistemas CDMA em canais de RF e microondas tem crescido vertiginosamente nos últimos anos e recebido bastante atenção principalmente devido a sua qualidade na transmissão em canais com múltiplos percursos, sua inerente capacidade de rejeitar interferências (intencionais ou não), sua baixa probabilidade de interceptação, sua boa adaptação a canais com múltiplos percursos, seu fator de reuso de frequência quase unitário, dentre outras características. O CDMA tem sido aplicado com enorme sucesso em comunicações móveis, como a telefonia celular digital e também em sistemas fixos de telefonia, como os sistemas WLL. Baseado em CDMA, o padrão de telefonia celular digital IS-95 tem obtido bastante sucesso comercial nas mais diferentes localidades, inclusive no Brasil.

A técnica CDMA aplicada a sistemas ópticos é uma promessa de bons resultados. A fibra óptica é um canal de transmissão com enorme largura de faixa espectral (aproximadamente

50 THz), baixa atenuação (menos de 0,2 dB/km) e que apresenta bastante resistência à interferência na região de RF e microondas, características bastante favoráveis ao CDMA.

As redes ópticas baseadas em CDMA também prometem operar de forma descentralizada, com menor tempo de acesso, ter mais flexibilidade em alocar novos usuários e prover aos mesmos mais segurança que o realizado por outras tecnologias de múltiplo acesso [Sampson97].

## 1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é o de avaliar o desempenho, em termos de probabilidade de erro de bit, de sistemas CDMA aplicados a redes de comunicações ópticas diante de parâmetros fundamentais para o seu funcionamento, tal como as classes de sequências de espalhamento utilizadas, o número de usuários, o modelo do transmissor e do receptor utilizados, além de analisar fatores degradantes do desempenho, como a dispersão óptica e o ruído de batimento óptico.

## 1.3 Organização do Trabalho

Este trabalho foi organizado em sete capítulos, sendo que este primeiro aborda aspectos introdutórios. Os demais capítulos têm a seguinte descrição :

No **Capítulo 2**, apresentaremos inicialmente as principais técnicas de espalhamento espectral. As características e os principais tipos de transmissão por espalhamento espectral serão descritos. Por fim, será apresentado o sistema CDMA e algumas de suas características fundamentais.

No **Capítulo 3**, serão apresentadas as diversas sequências de espalhamento utilizadas em CDMA. Também serão abordadas suas construções e suas principais propriedades de correlação.

No **Capítulo 4**, serão descritos os modelos de CDMA óptico neste trabalho utilizados. Inicialmente, um breve histórico sobre o tema será apresentado. Em seguida, introduziremos os modelos de CDMA óptico para sequências de espalhamento bipolares e unipolares. Modelos com processamento eletrônico e óptico serão descritos. Deduziremos expressões aproximadas para o desempenho em termos da probabilidade de erro de bit destes sistemas com base na estimativa de relação sinal-ruído na recepção e na aproximação Gaussiana.

No **Capítulo 5**, os resultados de simulação computacional dos modelos descritos neste trabalho serão apresentados e comparados às expressões analíticas do Capítulo 4.

No **Capítulo 6**, os efeitos de alguns fatores degradantes do desempenho dos sistemas CDMA ópticos, como a interferência de batimento óptico e dispersão, serão detalhados. Um estudo analítico dos efeitos do ruído de batimento óptico será realizado tanto para sequências bipolares quanto para sequências unipolares.

O **Capítulo 7** trata das conclusões, comentários sobre os resultados obtidos e sugestões para trabalhos futuros. Também traz alguns comentários, comparações e perspectivas sobre os protocolos WDMA, TDMA e CDMA.

Ao fim desta tese, a Bibliografia utilizada é apresentada, sendo seguida por um Apêndice.

## Capítulo 2

# Espalhamento Espectral e CDMA

### 2.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados os conceitos básicos de sistemas que utilizam Espalhamento Espectral. Inicialmente serão apresentadas as características fundamentais e os tipos de sistemas com Espalhamento Espectral. Em seguida um sistema CDMA é introduzido, com uma breve análise dos principais fatores que determinam seu desempenho.

### 2.2 Técnicas de Espalhamento Espectral

A técnica de Espalhamento Espectral (SS - *Spread Spectrum*) foi originalmente desenvolvida em meados do século XX com objetivos militares, principalmente visando grande resistência às interferências propositais (*jamming*) e a garantia de privacidade nas transmissões de mensagens interceptadas por ouvintes indesejáveis.

Mais recentemente esta técnica começou a ser utilizada comercialmente, onde características como o bom desempenho em canais com desvanecimento (*fading*) e possibilidade de múltiplo acesso são também importantes.

A técnica de espalhamento espectral de sinais digitais pode ser definida por duas características principais [Haykin94] :

- A banda espectral do sinal transmitido é maior que a largura espectral da sequência de informação, ou seja, uma expansão da banda do sinal é realizada propositalmente no transmissor.
- Este espalhamento espectral do sinal é realizado através do uso de sequências de espalhamento, que são independentes da sequência de informação. A mesma sequência é utilizada tanto no transmissor quanto no receptor, sendo neste responsável pela descompressão espectral e recuperação da sequência de informação enviada.

As características da sequência utilizada no espalhamento espectral são determinantes para o desempenho do sistema. As propriedades de correlação e a construção de várias famílias de sequências de espalhamento serão detalhadas no próximo capítulo.

O processo de modulação é independente da sequência; por este motivo a técnica de espalhamento espectral pode ser associada a diversos métodos de modulação (por exemplo, BPSK, QPSK, MSK, etc). Existem também diversas técnicas de espalhamento, das quais se destacam a de saltos em frequência (em inglês, *frequency hopping* ou FH), a de saltos temporais (em inglês, *time hopping* ou TH) e a de sequência direta (em inglês, *direct sequence* ou DS).

Em um sistema com espalhamento espectral por saltos em frequência (FH/SS), a banda do canal é dividida em um grande número de pequenas faixas de frequências. Em cada intervalo de tempo  $T$ , o sinal transmitido ocupa uma dessas faixas de frequência. A seleção de tais faixas a cada intervalo  $T$  segue um padrão ditado pela sequência de espalhamento. A Figura 2.1 ilustra um padrão particular para sistemas FH em um plano tempo-frequência.

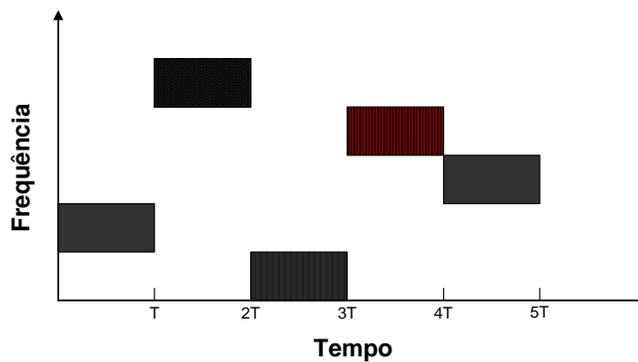


Figura 2.1: Exemplo de Espalhamento Espectral FH

Um sistema com espalhamento espectral por saltos temporais (TH/SS) é bastante similar aos sistemas de modulação pulsada. Esta técnica consiste basicamente na utilização de uma sequência de espalhamento, que determina os instantes para as transmissões.

Em um sistema de comunicação com espalhamento espectral por sequência direta (DS/SS), o espalhamento é realizado através da multiplicação da sequência de informação binária  $b(t)$  pela sequência de espalhamento  $c(t)$ , como é ilustrado na Figura 2.2 para sinais em banda base. Para este processo funcionar, ambas as sequências são bipolares, isto é, possuem dois níveis iguais em amplitude e opostos em polaridade (+1, -1). Das propriedades da transformada de Fourier, é sabido que a multiplicação de dois sinais produz um sinal resultante cujo espectro total é igual à convolução dos espectros dos dois sinais multiplicados. Assim,

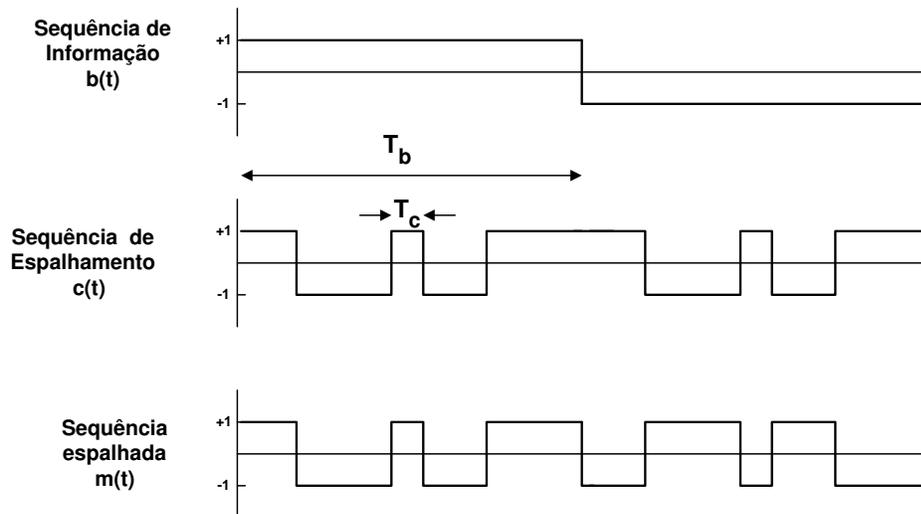


Figura 2.2: Espalhamento Espectral do tipo DS

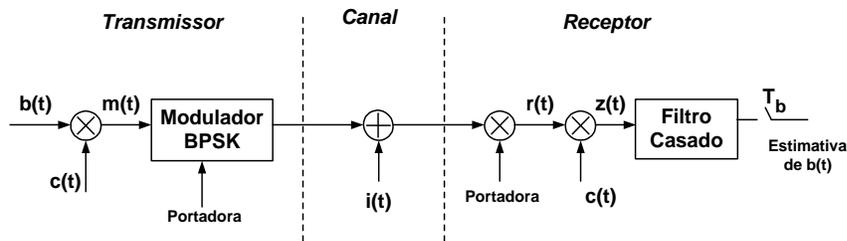


Figura 2.3: Modelo de Sistema DS/SS com modulação BPSK

sendo a sequência  $b(t)$  de banda estreita e a sequência de espalhamento  $c(t)$  de banda larga, o sinal produto terá um espectro com banda aproximadamente igual ao do sinal de banda larga  $c(t)$ . Dessa forma, a sequência de espalhamento realiza a função de espalhar o espectro do sinal de informação.

Como mostrado na Figura 2.2, o intervalo de tempo de duração de um bit de informação é denominado  $T_b$ . Já a sequência de espalhamento é composta de *chips*, onde o tempo de duração de cada *chip* é  $T_c$ . A razão entre  $T_b$  e  $T_c$  define o ganho de processamento  $G$  do sistema.

O modelo de um sistema de comunicação com Espalhamento Espectral do tipo DS e modulação BPSK é mostrado na Figura 2.3.

Considerando todos os sinais em banda base, o sinal a ser transmitido  $m(t)$  pode ser expresso como :

$$m(t) = b(t)c(t) \tag{2.1}$$

Já o sinal recebido  $r(t)$  consiste do sinal transmitido  $m(t)$  mais uma interferência aditiva  $i(t)$ . Dessa forma :

$$r(t) = m(t) + i(t) = c(t)b(t) + i(t) \quad (2.2)$$

Na recepção, o sinal  $r(t)$  é submetido a um multiplicador e em seguida a um filtro casado. O multiplicador é suprido por uma sequência de espalhamento gerada localmente, réplica exata da sequência utilizada no transmissor. Assumindo que a sequência de espalhamento gerada localmente está em sincronismo com o sinal recebido, temos que :

$$\begin{aligned} z(t) &= c(t)r(t) = c^2(t)b(t) + c(t)i(t) \\ z(t) &= b(t) + c(t)i(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ou seja, a sequência de informação  $b(t)$  é multiplicada duas vezes pela sequência de espalhamento  $c(t)$ ; enquanto o sinal não desejado  $i(t)$ , apenas uma vez. Como  $c(t)$  é uma sequência bipolar (de amplitudes  $+1$  e  $-1$ ), temos que  $c^2(t) = 1$  para todo  $t$ . Assim, tem-se na saída do multiplicador a sequência de informação  $b(t)$  somada a um termo interferente aditivo  $c(t)i(t)$ . A multiplicação de  $c(t)$  por  $i(t)$  significa que a interferência será espalhada espectralmente, exatamente como ocorreu com  $b(t)$  na transmissão. Portanto  $c(t)i(t)$  será um sinal de banda larga e terá a maior parte de sua potência removida após a passagem pelo filtro casado. Desta forma, o efeito da interferência  $i(t)$  é significativamente reduzido na saída do receptor.

Em síntese, a utilização de uma sequência de espalhamento torna o sinal transmitido de banda larga e com baixa densidade espectral de potência, ou seja, bastante semelhante ao ruído de fundo. São estas características que garantem a esta técnica uma grande imunidade a interferência e tornam suas transmissões de difícil interceptação por parte de receptores que não conheçam a sequência de espalhamento utilizada. Em contrapartida, tais sistemas apresentam uma maior complexidade e requerem uma ampla faixa do espectro para sua transmissão. Tais contrapartidas quase sempre são insignificantes diante dos benefícios que as comunicações com espalhamento espectral podem proporcionar.

## 2.3 CDMA - Code Division Multiple Access

A discussão sobre a técnica de espalhamento espectral até aqui se resumiu ao contexto de um único usuário. Diversos usuários podem utilizar um mesmo canal de comunicação em um ambiente de espalhamento espectral através da técnica conhecida como Múltiplo Acesso

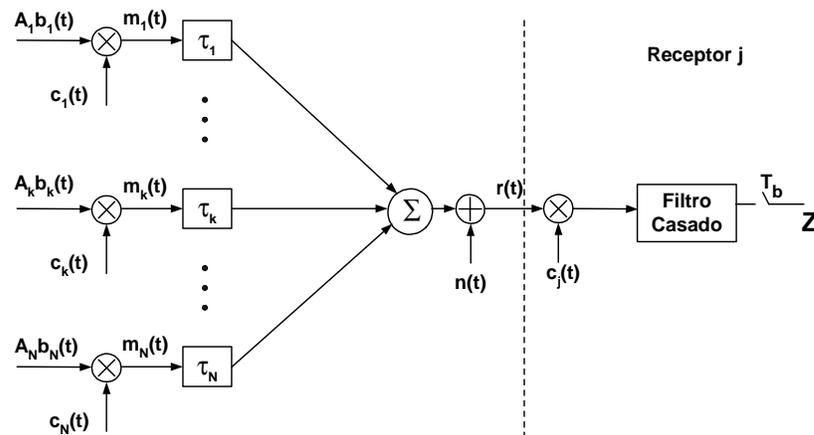


Figura 2.4: Modelo em Banda Base de Sistema CDMA Assíncrono

por Divisão de Código (em inglês, *Code Division Multiple Access* - CDMA). Esta técnica se baseia no uso de diferentes sequências de espalhamento por diferentes usuários, todos transmitindo numa mesma banda e ao mesmo tempo.

O CDMA não requer alocação de canais no espectro nem controle central do sincronismo entre os usuários, podendo funcionar de forma completamente descentralizada. Por outro lado, um importante fenômeno em sistemas CDMA é a correlação cruzada parcial entre as sequências de espalhamento dos usuários. Esta correlação é a medida da não ortogonalidade entre dois usuários do sistema. A seleção de sequências com boas características de correlação é portanto fundamental a um sistema CDMA.

Outras técnicas de múltiplo acesso utilizadas são o Múltiplo Acesso por Divisão de Frequência (em inglês, *Frequency Division Multiple Access* - FDMA) e o Múltiplo Acesso por Divisão de Tempo (em inglês, *Time Division Multiple Access* - TDMA). Em sistemas FDMA os usuários do sistema transmitem simultaneamente, porém em bandas de frequência disjuntas, enquanto que no TDMA os usuários ocupam a mesma banda, no entanto transmitem em intervalos de tempo diferentes.

Um modelo de um sistema CDMA assíncrono com sinais em banda base está ilustrado na Figura 2.4. Neste modelo  $b_i(t)$ ,  $c_i(t)$  e  $\tau_i$  são, respectivamente, a sequência bipolar de informação, a sequência bipolar de espalhamento e o atraso relativo do usuário  $i$  no canal. Os sinais são transmitidos pelo mesmo canal, que adiciona ruído Gaussiano e aditivo  $n(t)$  ao sinal resultante na recepção.

O receptor do usuário  $j$  possui um multiplicador que é alimentado por uma sequência de espalhamento  $c_j(t)$ . A sequência que alimenta o receptor é suposta estar em sincronismo com

o sinal recebido. Após a multiplicação, o sinal passa por um filtro casado e é amostrado em intervalos de bit  $T_b$ . Dessa maneira, sendo  $N$  o número de usuários transmitindo no sistema, o sinal recebido  $r(t)$  será :

$$r(t) = \sum_{k=1}^N A_k c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) + n(t) \quad (2.4)$$

Após o processo de recepção, a variável de decisão  $Z_j$  será :

$$Z_j = \int_0^{T_b} \sum_{k=1}^N A_k c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t) dt + \int_0^{T_b} n(t) c_j(t) dt \quad (2.5)$$

Que pode ser reescrita como :

$$Z_j = A \int_0^{T_b} c_j(t) b_j(t) c_j(t) dt + A \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \int_0^{T_b} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t) dt + \int_0^{T_b} n(t) c_j(t) dt \quad (2.6)$$

onde foi assumido, sem perda de generalidade, que o atraso relativo ao usuário  $j$  é nulo, ou seja,  $\tau_j = 0$ . Isto significa que há um perfeito sincronismo entre o sinal recebido e a sequência gerada localmente para este usuário e que os atrasos dos demais usuários são relativos a este. Os atrasos podem ser modelados como pertencentes ao intervalo  $0 \leq \tau_k < T_b$ . Também foi assumido que há um perfeito controle de potência, ou seja, os sinais dos diversos usuários chegam ao receptor com a mesma potência. Dessa forma, foi assumido que  $A = A_1 = A_2 = \dots = A_N$ .

A equação (2.6) possui 3 termos. O primeiro termo, referente à informação transmitida, pode ser reescrito como :

$$A \int_0^{T_b} c_j^2(t) b_j(t) dt = A \int_0^{T_b} b_j(t) dt = b_{j,0} T_b A \quad (2.7)$$

pois  $c_j^2(t) = 1$  e  $b_j(t)$  tem valor constante  $b_{j,0}$  para  $0 \leq t < T_b$ . Dessa forma, vemos que este termo é proporcional ao bit de mensagem enviado.

O segundo termo, referente à interferência dos outros usuários, pode ser reescrito como :

$$A \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \int_0^{T_b} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t) dt = A \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N I_{k,j} \quad (2.8)$$

onde  $I_{k,j} = \int_0^{T_b} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t) dt$ . Este termo representa a soma das interferências que os  $N - 1$  usuários produzem na recepção da mensagem do usuário  $j$ . A integral  $I_{k,j}$  indica o grau de correlação entre as duas sequências de espalhamento  $k$  e  $j$ , para um dado

atraso  $\tau_k$ , e uma dada sequência de bits transmitida no intervalo de integração  $b(t - \tau_k)$ . Quanto menor esta correlação, menor a interferência total e, conseqüentemente, melhor o desempenho do sistema.

O último termo representa o ruído aditivo do canal que interfere na variável de decisão. Em sistemas CDMA típicos, o termo de interferência tem valores muito maiores que o termo de ruído, sendo portanto o limitante do desempenho deste sistema. Esta é a razão da classe de seqüências de espalhamento utilizadas numa transmissão CDMA merecer tanta consideração.

## Capítulo 3

# Sequências de Espalhamento

### 3.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentadas algumas das principais famílias de sequências de espalhamento. As características destas famílias são essenciais em um sistema CDMA, cuja finalidade é o de realizar o espalhamento espectral da informação antes de transmiti-la e, na recepção, a contração espectral responsável pela recuperação da informação.

Inicialmente serão apresentadas algumas definições e propriedades básicas no estudo destas sequências. Serão definidas as funções de autocorrelação e de correlação cruzada, fundamentais na compreensão destes sistemas.

Em seguida algumas famílias de sequências de espalhamento serão apresentadas, como as sequências de máximo comprimento (SMC), as sequências Gold, as sequências de Walsh, as sequências puramente aleatórias e as sequências ópticas ortogonais. A construção e as propriedades de correlação destas famílias de sequências serão também detalhadas.

### 3.2 Definições e Propriedades Básicas

Há um considerável número de problemas em telecomunicações que se utilizam de sinais periódicos (sequências) detentores de ambas ou, pelo menos, uma das seguintes propriedades :

- i Cada sequência do conjunto de soluções pode ser facilmente distinguida de versões deslocadas dela mesma.
- ii Cada sequência do conjunto de soluções pode ser facilmente distinguida de todas as outras sequências do conjunto e de suas versões deslocadas.

A primeira propriedade é importante para sistemas de radar, sistemas de comunicação por espalhamento espectral, entre outros. Já a segunda propriedade tem bastante importância

em sistemas de identificação de múltiplos terminais, em CDMA, etc.

As propriedades i e ii se referem ao grau de distinção que uma sequência possui de si mesma deslocada, ou de outra sequência, deslocada ou não. O grau de distinção entre duas sequências reais  $x(t)$  e  $y(t)$  de período  $T_b$ , em função do deslocamento  $\tau$ , é expresso por sua função de correlação cruzada  $R_{x,y}(\tau)$  definida por :

$$R_{x,y}(\tau) = \int_0^{T_b} x(t)y(t+\tau)dt \quad (3.1)$$

onde  $0 \leq \tau < T_b$ . Já o grau de distinção entre uma sequência real  $x(t)$  e ela mesma para diferentes deslocamentos  $\tau$  é denominado função de autocorrelação  $R_{x,x}(\tau)$  e expresso por :

$$R_{x,x}(\tau) = \int_0^{T_b} x(t)x(t+\tau)dt \quad (3.2)$$

onde  $0 \leq \tau < T_b$ .

Em parte devido a relativa simplicidade de sua geração, as sequências aqui consideradas são formadas por uma série de pulsos de duração finita e amplitude fixa. Desta forma, as sequências  $x(t)$  e  $y(t)$  podem ser escritas como uma sequência de pulsos unitários multiplicada por sequências periódicas  $x_n$  e  $y_n$ , ou seja :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n P_{T_c}(t - nT_c) \quad (3.3)$$

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_n P_{T_c}(t - nT_c) \quad (3.4)$$

onde  $P_{T_c}(t)$  é um pulso retangular de amplitude unitária de duração  $T_c$ . Como as sequências têm período  $T_b$ , então  $T_b$  deve ser múltiplo de  $T_c$ . Portanto, para sequências bipolares, o comprimento das sequências é  $T_b = GT_c$  e sua amplitude assume apenas os valores +1 e -1.

Uma importante definição que surge é a da função de autocorrelação periódica e a da função de correlação cruzada periódica, expressas respectivamente por :

$$\theta_x(l) = \sum_{n=0}^{G-1} x_n x_{n+l} \quad (3.5)$$

$$\theta_{x,y}(l) = \sum_{n=0}^{G-1} x_n y_{n+l} \quad (3.6)$$

onde  $l$  é um número inteiro.

### 3.3 Sequências de Máximo Comprimento (SMC)

Trata-se da família de sequências de espalhamento mais conhecida, pois estão direta ou indiretamente envolvidas no processo de obtenção de muitas outras famílias. O estudo matemático das sequências de máximo comprimento (SMC), ou abreviadamente sequências-m, começou em meados da década de 50. Estes primeiros estudos concentraram-se nas propriedades de autocorrelação destas sequências. Propriedades estas que, conforme será apresentado a seguir, em muito se assemelham às propriedades de uma sequência puramente aleatória. Esta é a razão destas sequências também serem conhecidas como Sequências PN (*Pseudo-Noise* ou Pseudo Aleatórias). Por possuírem ótimas propriedades de autocorrelação, as SMCs são utilizadas na etapa de sincronismo de alguns sistemas de comunicação.

Já os aspectos de correlação cruzada destas sequências só começaram a ser desvendados no final da década de 60. As SMCs não apresentam características tão boas de correlação cruzada quanto de autocorrelação. Por outro lado, a obtenção desta sequência é bastante simples; o que torna atraente sua utilização em sistemas de complexidade não tão elevada. Um outro fator negativo das SMCs é a existência de poucas sequências de mesmo período e que não sejam ciclicamente equivalentes. Assim, caso sejam utilizadas em sistemas CDMA em que cada usuário faça uso de uma SMC distinta, o número de usuários será muito reduzido.

As SMCs têm comprimento  $G = 2^m - 1$ , onde  $m$  é um número inteiro, e podem ser geradas através de registradores de deslocamento de  $m$ -estágios com realimentação linear, como mostrado na Figura 3.1 para  $m=5$ . Cada período da sequência possui  $2^{m-1}$  uns e  $2^{m-1} - 1$  zeros. A lógica que determina a realimentação é especificada por um polinômio primitivo de grau  $m$ , que deve ser necessariamente um polinômio primitivo. No caso da Figura 3.1, o polinômio gerador  $C(x) = x^5 + x^4 + x^2 + x^1 + 1$ . O processo de geração de uma SMC é portanto bastante simples.

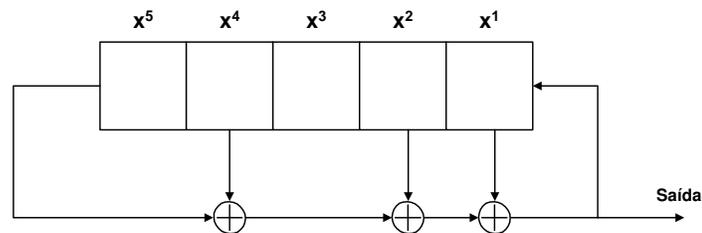


Figura 3.1: Registrador de Deslocamento de 5-estágios para a construção de uma SMC

Todavia, o número de polinômios de geração de grau  $m$  capazes de construir uma SMC é

m	$G = 2^m - 1$	Número de SMCs	$\theta_{x,y,\max}$	$\frac{\theta_{x,y,\max}}{\theta_x(0)}$	$t(m)$	$\frac{t(m)}{\theta_x(0)}$
3	7	2	5	0.71	8	0.71
4	15	2	9	0.60	9	0.60
5	31	6	11	0.35	9	0.29
6	63	6	23	0.36	17	0.27
7	127	18	41	0.32	17	0.13
8	255	16	95	0.37	33	0.13
9	511	48	113	0.22	33	0.06
10	1023	60	383	0.37	65	0.06
11	2047	176	287	0.14	65	0.03
12	4095	144	1407	0.34	129	0.03

Tabela 3.1: Picos de Correlações Cruzadas de SMCs e sequências Gold

bastante reduzido [Sarwate80]. A Tabela 3.1 mostra o número de SMCs para um dado valor de  $m$ .

As SMCs apresentam uma função de autocorrelação periódica  $\theta_x(l)$  com apenas 2 valores :  
Para as SMCs

$$\theta_x(l) = \begin{cases} G & \text{se } l = 0 \\ -1 & \text{se } 1 \leq l \leq G - 1 \end{cases} \quad (3.7)$$

Dessa forma, quando as SMCs são longas ( $G$  grande), o valor de pico de  $\theta_x(l)$  é muito maior que -1, sendo, portanto, do ponto de vista prático, uma sequência com propriedades de autocorrelação praticamente ideais.

Uma extensa e detalhada análise do espectro de correlações cruzadas das SMCs é exposto em [Sarwate80]. Algumas propriedades interessantes do espectro de correlações cruzadas entre duas SMCs de mesmo comprimento está listado abaixo :

1.  $\theta_{x,y}(l)$  é sempre um número inteiro ímpar
2.  $\sum_{l=0}^{G-1} \theta_{x,y}(l) = 1$
3.  $\sum_{l=0}^{G-1} \theta_{x,y}^2(l) = G^2 + G - 1$

A propriedade 2 indica que, para grandes valores de  $G$ , o valor médio de  $\theta_{x,y}(l)$ , normalizado por  $\theta_x(0)$ , é muito próximo de zero. Com a propriedade 3 constatamos que o valor quadrático médio de  $\theta_{x,y}(l)$ , normalizado por  $\theta_x(0)$ , é muito próximo de  $G$ .

Para não tornar nossa análise excessivamente formal, uma abordagem com base na correlação cruzada máxima  $\theta_{x,y,\max}$  será realizada. Tal correlação máxima é definida como :

$$\theta_{x,y,\max} = \max \{ |\theta_{x,y}(l)| ; \text{ para } 0 \leq l \leq G - 1; x \neq y \} \quad (3.8)$$

As propriedades de correlação cruzada das SMCs não são tão atraentes quanto as de autocorrelação. A Tabela 3.1 mostra que os picos de correlação cruzada  $\theta_{x,y,\max}$  são relativamente altos quando comparados aos de autocorrelação para um dado valor de  $m$ . Deste modo, os valores de correlação cruzada tornam-se insuportáveis para um sistemas CDMA. Apesar de ser possível selecionar um pequeno sub-conjunto de SMCs que tenham pequenos valores de pico de correlação cruzada, o número de sequências assim obtidas neste caso é geralmente muito pequeno para aplicações CDMA em que cada usuário utilize uma sequência diferente.

A partir das SMCs é possível gerarmos famílias de sequências de espalhamento com melhores propriedades de correlação cruzada e maior número de sequências integrantes, sendo portanto bastante aplicáveis ao CDMA.

### 3.4 Sequências Gold

Na década de 60, Gold [Gold68] mostrou que certos pares de SMCs de comprimento  $G = 2^m - 1$  exibem um espectro de correlação cruzada periódica  $\theta_{x,y}(l)$  com apenas três valores :  $\{-1, -t(m), t(m) - 2\}$ , onde

$$t(m) = \begin{cases} 2^{(m+1)/2} + 1 & \text{se } m \text{ é ímpar} \\ 2^{(m+2)/2} + 1 & \text{se } m \text{ é par} \end{cases} \quad (3.9)$$

As SMCs que obedecem a esses valores de correlação cruzada são chamadas de sequências preferidas.

Tendo correlação cruzada máxima  $|\theta_{x,y,\max}| = t(m)$ , vemos na Tabela 3.1 que os valores relativos de pico de correlação cruzada  $t(m)/\theta_x(0)$  são bem menores que os observados para as SMCs, principalmente para grandes valores de  $G$ .

De um par de sequências preferidas  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  de comprimento  $G$  podemos construir um conjunto de  $G$  sequências de comprimento  $G$ , que mantém entre si o mesmo espectro de correlação cruzada que as sequências preferidas. Para tanto, fazemos a soma módulo-2 de  $\mathbf{a}$  com as  $G$  versões ciclicamente deslocadas de  $\mathbf{b}$ , ou vice-versa. Dessa maneira, incluindo as 2 sequências preferidas teremos um conjunto de  $G + 2$  sequências com o mesmo espectro de correlação cruzada das sequências preferidas. As sequências construídas desta maneira são conhecidas por Sequências Gold.

A contrapartida de um espectro de correlação cruzada com menores picos se manifesta no espectro de autocorrelação. Com exceção das sequências preferidas  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$ , todas as demais  $G$  sequências Gold de comprimento  $G = 2^m - 1$  do conjunto possuem, além do valor de pico,

um espectro de autocorrelação com 3 valores, ou seja,  $\theta_x(l) \in \{-1, -t(m), t(m) - 2\}$  para  $l \neq 0$ , onde  $t(m)$  é expresso por (3.9).

Portanto, em relação às SMCs, apesar de possuírem piores características de autocorrelação, as sequências Gold apresentam melhores propriedades de correlação cruzada e um maior número de sequências disponíveis, características bastantes favoráveis ao CDMA.

### 3.5 Sequências Puramente Aleatórias

Um sequência bipolar puramente aleatória de comprimento  $G$  é uma sequência onde cada elemento tem probabilidade  $1/2$  de ser  $+1$  e  $1/2$  de ser  $-1$ . Dessa maneira, como cada *chip* permite 2 possibilidades de valores, existem  $2^G$  sequências diferentes. Trata-se do caso mais geral de sequências bipolares, sendo todas as demais famílias casos particulares desta.

Obviamente os espectros de autocorrelação e de correlação cruzada desta família permitem, em módulo, quase todos os valores entre 0 e  $G$ , o que dificulta sua utilização em CDMA. Por outro lado, por sua fácil construção e por ter propriedades de correlação bem conhecidas, esta família tem sido bastante utilizada em muitas análises de desempenho de sistemas CDMA.

### 3.6 Sequências Walsh

As sequências Walsh (ou de Hadamard) têm assumido uma importância cada vez maior nas telecomunicações, principalmente por sua ortogonalidade e facilidade de construção.

Sequências de Walsh de comprimento  $2m$  podem ser obtidas através da matriz de Hadamard  $H_m$ . Estas matrizes são geradas através do seguinte procedimento recursivo para  $m \geq 2$ :

$$H_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix} \Rightarrow H_{2m} = \begin{bmatrix} H_m & H_m \\ H_m & -H_m \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Desta forma teremos :

$$H_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 \\ -1 & -1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & +1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

e assim sucessivamente. As sequências de Walsh se constituem de todas as linhas da matriz  $H_m$ . Por este procedimento podemos obter  $2m$  sequências de Walsh de comprimento  $2m$ , onde  $m$  é potência de 2.

Conforme já explicitado, as sequências de Walsh são ortogonais, ou seja,  $\theta_{x,y}(0) = 0$  para qualquer sequência  $x \neq y$ . Desta forma, são sequências ideais quando trabalhamos com sistemas que possuam sincronismo de bit, com precisão de pequenas frações do tempo de chip  $T_c$ , no receptor.

Para sistemas sem garantia de sincronismo, o desempenho das sequências de Walsh é péssimo, ou seja, os valores relativos de autocorrelação e correlação cruzada são muito altos. Algumas sequências são, inclusive, versões deslocadas de outras do mesmo comprimento (ver  $H_4$  acima). Portanto, são completamente inadequadas para sistemas CDMA assíncronos ou sem garantia de sincronismo de bit.

As sequências Walsh são utilizadas em sistemas de telefonia móvel (padrão IS-95); onde o sincronismo é mantido na transmissão da estação base para a estação móvel.

### 3.7 Sequências Ópticas Ortogonais

As Sequências Ópticas Ortogonais (SOOs) foram inicialmente desenvolvidas no fim da década de 80 [Salehi89a],[Salehi89b]. O objetivo era construir sequências de espalhamento visando prover múltiplo acesso em canais ópticos, onde os sinais não podem ter valores negativos.

Para quaisquer SOOs  $x(t)$  e  $y(t)$ , podemos definir os limitantes da autocorrelação e da correlação cruzada periódicas como :

$$\theta_x(l) \begin{cases} = K & \text{para } l = 0 \\ \leq \lambda_a & \text{para } 1 \leq l \leq G - 1 \end{cases} \quad (3.12)$$

$$\theta_{x,y}(l) \leq \lambda_c \quad \text{para } 0 \leq l \leq G - 1 \quad (3.13)$$

onde  $K$ ,  $\lambda_a$ , e  $\lambda_c$  são constantes. A ortogonalidade irrestrita requer que  $\lambda_a = \lambda_c = 0$ , o que é impossível para sequências unipolares. Na prática, a autocorrelação entre uma sequência e versões deslocadas dela mesma atinge um valor máximo  $\lambda_a$ ; e a correlação cruzada entre duas sequências vale no máximo  $\lambda_c$ .

Em geral um conjunto de SOOs  $C(G, K, \lambda_a, \lambda_c)$  é uma família de sequências com amplitude 0 ou 1, de comprimento  $G$ , com peso  $K$  (número de chips com valor 1), com autocor-

relação máxima  $\lambda_a$  e correlação cruzada máxima  $\lambda_c$ .

Na Figura 3.2, as sequências (a) e (b) são dois exemplos de SOOs com  $G = 32$ ,  $K = 4$  e  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ . As regras de formação que garantem os valores máximos de  $\lambda_c$  e  $\lambda_a$  são explicadas em [Modenese97] e [Salehi89a].

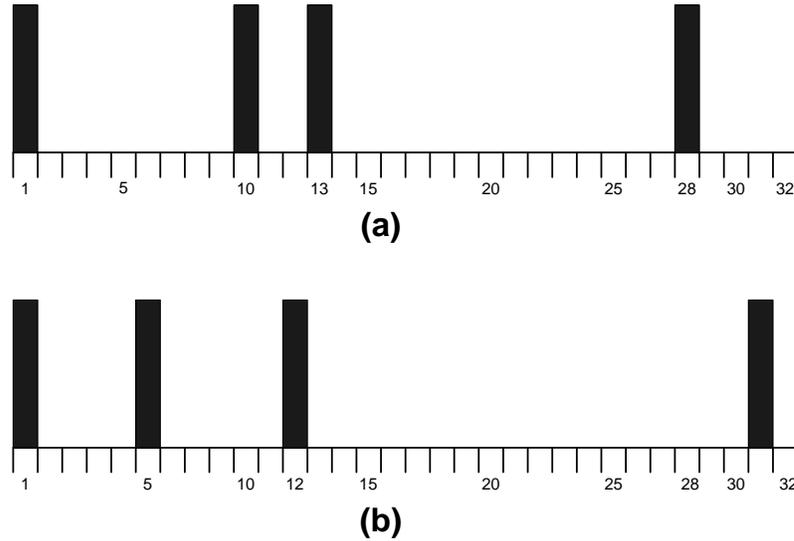


Figura 3.2: Duas SOOs com Comprimento  $G=32$ ,  $K=4$  e  $\lambda_c = \lambda_a = 1$

Em geral, para um dado comprimento  $G$  e peso  $K$ , quando são obedecidas as relações  $K(K - 1) \leq G - 1$  e  $\lambda_c = \lambda_a = 1$ , podemos construir  $M$  SOOs, onde  $M$  pode ser expresso como :

$$M \leq \left\lfloor \frac{G - 1}{K(K - 1)} \right\rfloor \quad (3.14)$$

sendo  $\lfloor x \rfloor$  a parte inteira de  $x$ .

As SOOs são sequências de espalhamento com número de uns muito menor que o número de zeros e, para um dado comprimento, existem muito menos SOOs que sequências Gold possíveis.

## Capítulo 4

# CDMA Óptico

### 4.1 Introdução

Neste capítulo será inicialmente apresentado um pequeno histórico sobre os estudos em CDMA óptico (ou OCDMA, do inglês *Optical Code Division Multiple Access*), assim como uma breve apresentação do canal óptico e algumas de suas características.

Em seguida, detalharemos os modelos de OCDMA por nós utilizados, assim como os esquemas de transmissão e recepção para sequências bipolares e unipolares. Um novo modelo para OCDMA utilizando sequências bipolares e processamento óptico será apresentado.

Por fim, serão deduzidas expressões aproximadas do desempenho do sistema. O primeiro indicador deste desempenho será a relação sinal-ruído (ou SNR, do inglês *Signal-to-Noise Ratio*) da variável de decisão dos modelos apresentados. Em seguida, com a utilização do Teorema Central do Limite, expressões para a probabilidade de erro de bit desses modelos são apresentadas.

### 4.2 Histórico e Ambiente Óptico

As primeiras propostas de utilização de CDMA em ambiente óptico surgiram na década de 1970. O êxito obtido pela modulação *Spread Spectrum* em canais de rádio e microondas e o desenvolvimento dos primeiros sistemas de comunicação ópticos motivaram possíveis aplicações da técnica em canais ópticos, especialmente em fibras ópticas.

As comunicações ópticas podem ser realizadas de forma coerente ou incoerente. A primeira se refere às transmissões de sinais luminosos, onde a informação está contida na fase do sinal. Já nas comunicações ópticas incoerentes, a informação está contida em sua potência.

Para um dado ganho de processamento  $G$ , os códigos de espalhamento que oferecem melhores propriedades de correlação são códigos bipolares [Zaccarin94]. A transmissão de

sinais bipolares em ambiente óptico requer a utilização de técnicas de óptica coerente. Tais técnicas foram muito estudadas na década de 1980 e, devido a seus altos custos e sua alta complexidade, não conseguiram se tornar comerciais. Apesar disso, diversos esquemas de OCDMA têm sido propostos com a utilização de óptica coerente [Benedetto93], [Sampson94], [Chang92], [Salehi90] e [Salehi89c].

Algumas propostas tentam mascarar códigos bipolares em unipolares, para assim conseguir utilizá-los em OCDMA. São exemplos os estudos de [Andonovic94], [Zaccarin94], [Nguyen97] e [Modenese98].

Outra corrente de pesquisa em OCDMA trabalha exclusivamente com códigos de espalhamento especialmente desenvolvidos para a recepção óptica incoerente, ou seja, códigos unipolares. Estes códigos, quando comparados aos melhores códigos bipolares, para um dado número de chips por bit, apresentam piores características de correlação e um menor número de sequências disponíveis. As SOOs [Salehi89a] e as *Prime Sequences* [Shaar93] [Santoro86] são exemplos de famílias de sequências unipolares.

Devido a enorme simplicidade de seus transmissores e receptores, as sequências unipolares têm recebido bastante atenção nos últimos anos. Aplicações de CDMA óptico utilizando tais sequências e processamento óptico têm sido visualizadas em redes de comunicação em tempo real [Zhang96], nós de redes ATM [Zhang99] e redes locais de satélites e aviões [Zhang97a]. Estudos de códigos de bloco específicos para sistemas de OCDMA incoerente utilizando tais sequências também têm sido realizados [Zhang97b].

### 4.3 Modelos de OCDMA para Sequências de Espalhamento Bipolares

Consideraremos em nossos modelos de transmissão OCDMA uma rede óptica tipo *broadcast and select*. Na Figura 4.1 temos uma rede como esta com topologia estrela e  $N$  usuários, onde todos podem enviar e receber informação da rede através de um acoplador. Assumimos que as distâncias envolvidas são da mesma ordem, de forma que, como a atenuação da fibra óptica é muito pequena, a potência de qualquer usuário em todos os receptores é aproximadamente a mesma. Este controle de potência é fundamental no funcionamento adequado do CDMA óptico. A topologia estrela será comum a todos os modelos de transmissores e receptores comentados neste estudo, independentemente da família de sequências de espalhamento utilizadas.

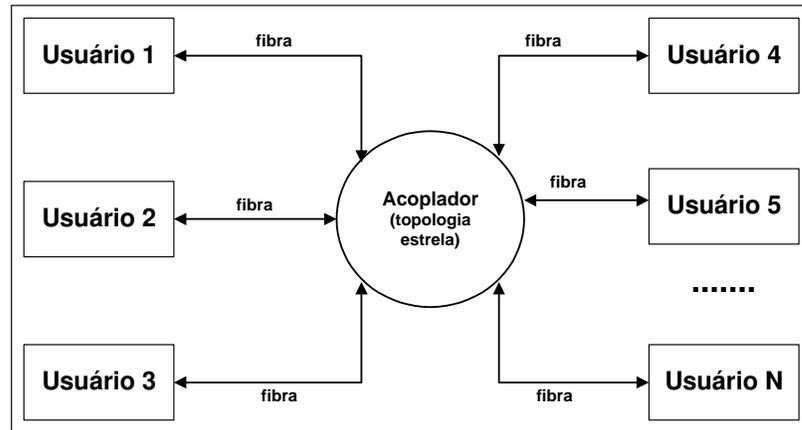


Figura 4.1: Rede de CDMA Óptico - Topologia Estrela

### 4.3.1 Processamento Eletrônico

A Figura 4.2 ilustra o modelo de transmissor para um sistema de comunicação OCDMA que faz uso de sequências bipolares. Neste modelo temos  $N$  usuários que simultaneamente geram sequências de informação bipolares  $b_i(t)$ . Cada uma dessas sequências é espalhada espectralmente através de uma multiplicação por uma sequência de espalhamento bipolar  $c_i(t)$ , produzindo a sequência bipolar  $m_i(t)$ . Cada uma dessas sequências sofre um atraso  $\tau_i$  em sua transmissão. Em seguida a sequência  $m_i(t)$  passa por um conversor de níveis que transforma a sequência bipolar com valores  $-1$  e  $+1$  em uma sequência unipolar com valores  $0$  e  $+2$ , respectivamente. A sequência unipolar, com uma potência média  $P_i$ , então modula o laser do transmissor, como mostra a Figura 4.2.

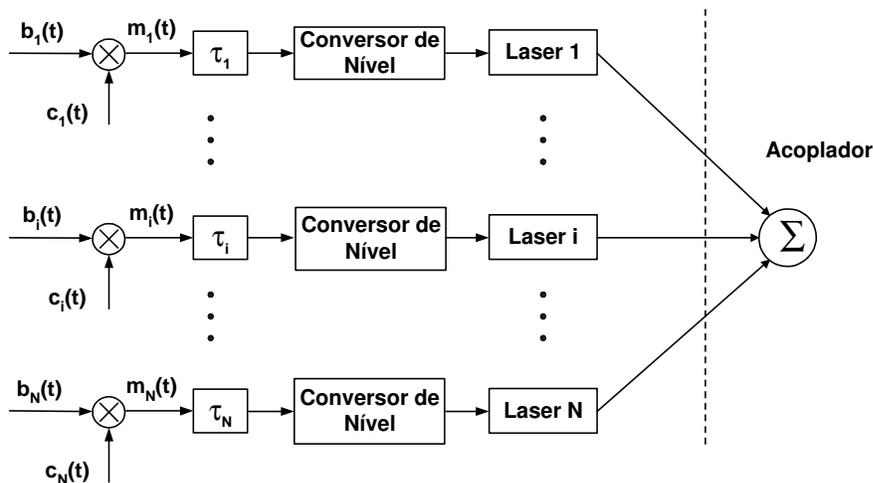


Figura 4.2: Modelo de Transmissor para Sistema OCDMA com Sequências de Espalhamento Bipolares

O receptor deste modelo está ilustrado na Figura 4.3. O sinal  $r(t)$  que chega ao receptor da  $j$ -ésima mensagem consiste da soma de todos os sinais que chegam ao acoplador. Assumimos, para isto, que a atenuação submetida aos sinais devido a fibra óptica é a mesma. Um ruído térmico e balístico (*Shot Noise*)  $n(t)$ , modelado como Gaussiano e branco com densidade espectral bilateral de potência  $N_0/2$ , é adicionado neste estágio. O sinal resultante passa por um fotodetector, onde a informação é convertida do meio óptico para o meio elétrico. A responsividade do fotodetector vale  $R$ . Um amplificador de transimpedância transforma a corrente de saída do fotodetector em voltagem com uma constante de transimpedância  $R_f$ . Em seguida o sinal passa por um eliminador de nível DC, de forma a tornar o sinal novamente bipolar. Após isso, o sinal é multiplicado pela sequência de espalhamento  $c_j(t)$  do transmissor de que se deseja receber a informação. Nesta multiplicação, um perfeito sincronismo entre a sequência recebida e a gerada localmente é assumido. Em seguida, o sinal passa por um filtro casado com um pulso retangular de intervalo igual à de um bit  $T_b$ . A saída deste filtro casado é amostrada com uma frequência  $1/T_b$ , gerando a variável de decisão  $Z_j$ . Esta variável é comparada a um certo limiar  $V_L$  e a decisão é então feita.

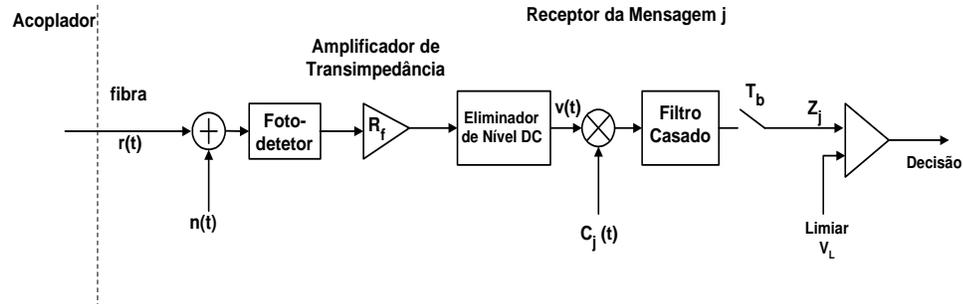


Figura 4.3: Modelo de Receptor OCDMA para Sequências Bipolares

### 4.3.2 Processamento Óptico

Vale observar nos esquemas de transmissão (Figura 4.2) e de recepção (Figura 4.3) que o sistema é limitado por sua velocidade de processamento eletrônico. Em [Takano85], um estudo para este tipo de OCDMA com sequências Gold é realizado e posteriormente comentado em [Santoro86]. Caso este processamento fosse realizado no domínio óptico, o sistema poderia operar com velocidades bem superiores. Este tipo de limitação é conhecida como gargalo eletrônico.

Para evitarmos o gargalo eletrônico nesse sistema, um processamento óptico pode ser adotado. Desta maneira podemos trabalhar com enormes ganhos de processamento  $G$ , melho-

rando sensivelmente o desempenho geral do sistema. Em [Santoro86], foi proposto o primeiro esquema de OCDMA com detecção não coerente e processamento óptico para sequências unipolares, no caso as *Prime Sequences*. Em seguida, outros esquemas de OCDMA com detecção não coerente surgiram, fazendo uso de processamento óptico e SOOs. Apresentaremos a seguir um novo modelo de OCDMA não coerente que utiliza processamento óptico e sequências bipolares.

A Figura 4.4 ilustra o transmissor de um usuário  $k$  em um modelo de OCDMA para sequências bipolares com processamento óptico.

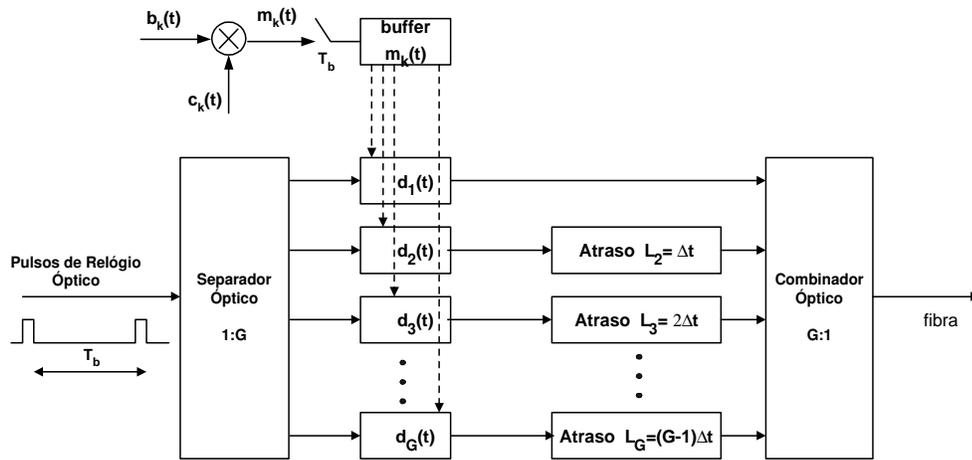


Figura 4.4: Transmissor de OCDMA com Processamento Óptico para Sequências Bipolares

Na entrada do transmissor temos um laser que, a cada intervalo de tempo  $T_b$ , emite um pulso muito estreito que serve como relógio óptico do sistema. Este relógio passa por um separador óptico (*splitter*) que divide sua potência entre  $G$  percursos. Em seguida cada pulso passa por um chaveador óptico  $d_i(t)$  (*optical switch*) que permitirá ou não a passagem de luz. Cada chaveador óptico é controlado por um buffer  $m_k(t)$ . Este buffer contém a sequência bipolar  $m_k(t)$  amostrada a cada intervalo  $T_b$ , formada pelo espalhamento espectral da sequência bipolar de informação  $b_k(t)$  do usuário  $k$  e sua sequência de espalhamento bipolar  $c_k(t)$ . Assim, se o valor do chip  $i$  ( $1 \leq i \leq G$ ) em  $m_k(t)$  for  $+1$ , a passagem da luz será permitida; caso seja  $-1$ , a passagem de luz será bloqueada. Em seguida, os pulsos de luz sofrem atrasos conforme especificado na Figura 4.4, ou seja, o primeiro percurso não sofre nenhum atraso, o segundo percurso sofre um atraso de  $\Delta t$  (onde  $\Delta t = \frac{T_b}{G}$ ) e assim sucessivamente. No estágio seguinte, um combinador óptico soma todas as potências luminosas que nele chegam e insere o resultado numa fibra óptica que leva o sinal até o acoplador.

O esquema acima é análogo ao transmissor da Figura 4.2, onde o laser transmissor é modulado por um sinal eletrônico. A diferença é que, ao realizarmos todo o processamento opticamente, rompemos a limitação do processamento eletrônico e podemos trabalhar com altíssimos ganhos de processamento, melhorando consideravelmente o desempenho deste sistema CDMA.

A Figura 4.5 ilustra o receptor de um usuário que deseja receber a mensagem  $j$  para um modelo OCDMA utilizando sequências bipolares.

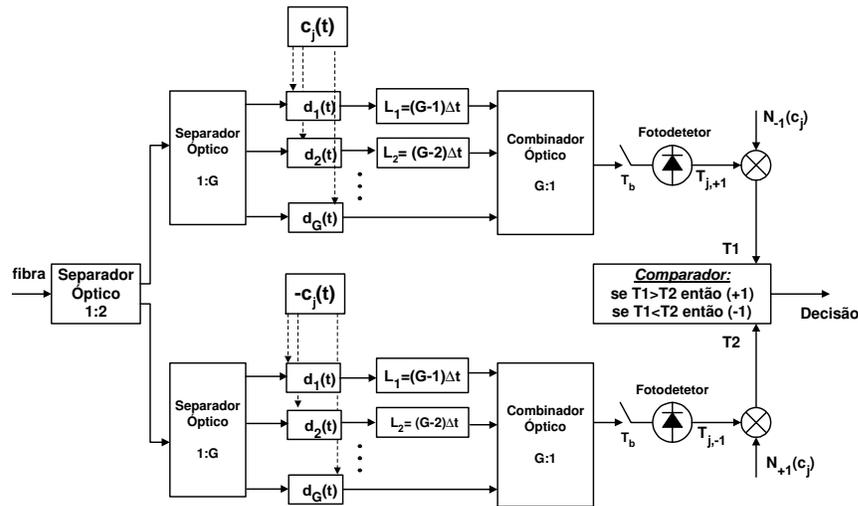


Figura 4.5: Receptor de OCDMA com Processamento Óptico para Sequências Bipolares.

Pela fibra chega o sinal do acoplador óptico conforme a Figura 4.1. Este sinal passa por um separador óptico que divide sua potência igualmente em dois percursos. No percurso superior, o sinal passa por outro separador óptico que divide sua potência entre  $G$  partes iguais, inserindo cada parte em um percurso diferente. Em seguida os pulsos passam por um banco de chaveadores ópticos  $d_i(t)$ , onde o sinal de cada percurso vai ser bloqueado, ou não, de acordo com cada um dos  $G$  chips do código  $c_j(t)$ . Ou seja, caso o valor do chip  $i$  da sequência  $c_j(t)$  seja  $+1$ ,  $d_1(t)$  não bloqueia a passagem do pulso; caso o valor do chip  $i$  seja  $-1$ , o percurso  $i$  será bloqueado. Vale observar que os  $G$  chaveadores ópticos inferiores na figura são controlados por  $-c_j(t)$  e não por  $c_j(t)$ , como é feito nos percursos superiores. Dessa forma, todos os percursos onde os pulsos são bloqueados na parte superior do receptor são liberados na parte inferior do mesmo, e vice-versa.

Em seguida cada percurso  $k$  ( $1 \leq k \leq G$ ) sofre um atraso  $L_k = (G - k)\Delta t$ . Estes atrasos, como podemos ver, são aplicados na ordem inversa de como são aplicados no transmissor. Este fato é fundamental para o funcionamento do sistema.

As saídas de todos os percursos são simultaneamente somadas no combinador óptico. Este, por sua vez, é amostrado a cada intervalo  $T_b$  de tempo. Assumimos que há um sincronismo entre os intervalos de amostragem e o início da sequência  $c_j(t)$  recebida. Em seguida, as saídas dos amostradores são fotodetetadas, produzindo os valores elétricos  $T_{j,+1}$  e  $T_{j,-1}$  respectivamente para os percursos superiores e inferiores.

Caso a sequência  $c_j(t)$  possua um número maior de chips com valores +1 que chips com valores -1, o valor fotodetetado  $T_{j,+1}$  provavelmente será maior que o valor fotodetetado no percurso inferior  $T_{j,-1}$ , e vice-versa. Dessa maneira, compará-los diretamente acarretaria erros de recepção. Por este motivo,  $T_{j,+1}$  e  $T_{j,-1}$  são multiplicados respectivamente por  $N_{-1}(c_j)$  e  $N_{+1}(c_j)$ , onde  $N_{-1}(c_j)$  é o número de chips com valor -1 na sequência  $c_j(t)$  e  $N_{+1}(c_j)$  é o número de chips com valor +1 na sequência  $c_j(t)$ . Os resultados destas multiplicações são  $T_1$  e  $T_2$ . Caso  $T_1 > T_2$ , o sistema decide que o bit enviado foi +1; caso contrário, a decisão é feita por -1.

Estas multiplicações realizam um papel análogo ao do eliminador de nível DC no receptor com processamento eletrônico. Ou seja, caso não houvesse tais multiplicações e os valores comparados para a decisão fossem  $T_{j,+1}$  e  $T_{j,-1}$ , o sistema funcionaria da mesma forma que um receptor com processamento eletrônico sem eliminador de nível DC, o que acarretaria uma enorme deterioração do desempenho do sistema. O receptor de OCDMA para sequências bipolares sem o eliminador de nível DC e seu desempenho são apresentados no apêndice deste trabalho.

O receptor com processamento óptico apresenta vantagens que compensam sua utilização. O processamento óptico, conforme já comentado, aumenta enormemente o desempenho do sistema por eliminar o seu gargalo eletrônico e permitir, conseqüentemente, ganhos de processamento  $G$  ordens de grandeza maiores que os conseguidos para os sistemas com processamento eletrônico.

### 4.3.3 Relação Sinal-Ruído

Analisaremos a seguir o desempenho do nosso modelo de OCDMA para sequências bipolares ilustrado nas Figuras 4.2 e 4.3. Para tanto, calcularemos a relação sinal-ruído (SNR) da variável de decisão do sistema. Conforme ilustrado no modelo, o sinal enviado pelo laser  $k$  será unipolar e pode ser expresso por :

$$\sqrt{P_k}[c_k(t - \tau_k)b_k(t - \tau_k) + 1] \quad (4.1)$$

Dessa maneira, o sinal recebido  $r(t)$  no receptor da mensagem  $j$  é dado pela soma de todos os  $N$  sinais incidentes no acoplador óptico, ou seja :

$$r(t) = \sum_{k=1}^N \sqrt{P_k} [c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) + 1] \quad (4.2)$$

Após a adição de  $n(t)$ , o sinal passa pelo fotodetector e amplificador de transimpedância, resultando em :

$$RR_f \left\{ \sum_{k=1}^N \sqrt{P_k} [c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) + 1] + n(t) \right\} \quad (4.3)$$

Em seguida, após a eliminação do nível DC, temos que o sinal pode ser expresso por :

$$v(t) = RR_f \left\{ \sum_{k=1}^N \sqrt{P_k} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) + n(t) \right\} \quad (4.4)$$

Após ser multiplicado pela sequência de espalhamento  $c_j(t)$ , passar pelo filtro casado e pelo amostrador, temos que a variável de decisão  $Z_j$  pode ser expressa por :

$$Z_j = RR_f \left\{ \int_{\tau_j}^{T_b + \tau_j} \sum_{k=1}^N \sqrt{P_k} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t - \tau_j) dt + \int_{\tau_j}^{T_b + \tau_j} n(t) c_j(t - \tau_j) dt \right\} \quad (4.5)$$

A equação acima pode ser reescrita como :

$$Z_j = RR_f \left\{ \int_0^{T_b} \sqrt{P_j} c_j(t) b_j(t) c_j(t) dt + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \int_0^{T_b} \sqrt{P_k} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t) dt + \int_0^{T_b} n(t) c_j(t) dt \right\} \quad (4.6)$$

onde foi assumido, sem perda de generalidade, que o atraso relativo ao usuário  $j$  é nulo, ou seja,  $\tau_j = 0$ . Isto significa que há um perfeito sincronismo entre a sequência  $c_j(t)$  transmitida pelo usuário  $j$  e sua cópia gerada localmente no receptor. Consequentemente, os atrasos dos demais usuários são relativos a este usuário e pertencem ao intervalo  $0 \leq \tau_k < T_b$ . Assumindo um controle perfeito de potência, ou seja,  $P = P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_N$ , teremos que :

$$Z_j = RR_f \left\{ \sqrt{P} \int_0^{T_b} c_j(t) b_j(t) c_j(t) dt + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P} \int_0^{T_b} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t) dt + \int_0^{T_b} n(t) c_j(t) dt \right\} \quad (4.7)$$

A equação (4.7) possui 3 termos. O último deles, que identificamos como  $\eta$ , representa o ruído aditivo do canal que interfere na variável de decisão. Assim :

$$\eta = \int_0^{T_b} n(t)c_j(t)dt \quad (4.8)$$

O primeiro termo, que denominaremos  $S_j$ , pode ser expresso por :

$$S_j = \int_0^{T_b} \sqrt{P}c_j^2(t)b_j(t)dt = \int_0^{T_b} \sqrt{P}b_j(t)dt = \sqrt{P}b_{j,0}T_b \quad (4.9)$$

Pois, para  $0 \leq t < T_b$ ,  $c_j^2(t) = 1$  e  $b_j(t)$  tem valor constante  $b_{j,0}$ . Dessa forma, vemos que este termo é determinístico e proporcional ao bit de mensagem enviado.

O segundo termo pode ser reescrito como :

$$I_j = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P} \int_0^{T_b} c_k(t - \tau_k)b_k(t - \tau_k)c_j(t)dt = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P}I_{k,j} \quad (4.10)$$

onde  $I_{k,j} = \int_0^{T_b} c_k(t - \tau_k)b_k(t - \tau_k)c_j(t)dt$ .  $I_j$  representa a soma das interferências que os  $N - 1$  usuários produzem na recepção da mensagem do usuário  $j$ . A integral  $I_{k,j}$  indica o grau de correlação entre as duas sequências de espalhamento  $k$  e  $j$ , para um dado atraso  $\tau_k$ , e uma dada sequência de bits  $b_k(t - \tau_k)$  presentes no receptor no intervalo de integração.

Podemos então escrever a variável de decisão, ou seja, (4.7), como :

$$Z_j = RR_f\{S_j + I_j + \eta\} \quad (4.11)$$

Como  $Z_j$  é uma variável aleatória, podemos expressar a SNR de recepção do sistema através de sua média e sua variância :

$$SNR = \frac{E^2(Z_j)}{Var(Z_j)} \quad (4.12)$$

onde os operadores  $E(x)$  e  $Var(x)$  significam, respectivamente, o valor esperado e a variância da variável aleatória  $x$ . O operador de valor esperado é linear e portanto :

$$E(Z_j) = E(S_j) + E(I_j) + E(\eta) \quad (4.13)$$

Calculando temos :

$$E(\eta) = E\left[\int_0^{T_b} n(t)c_j(t)dt\right] = \int_0^{T_b} E[n(t)]c_j(t)dt = 0 \quad (4.14)$$

pois o ruído térmico é do tipo Gaussiano branco que tem média nula.

Já o valor esperado de  $S_j$  vale :

$$E(S_j) = E(\sqrt{P}b_{j,0}T_b) = \sqrt{P}b_{j,0}T_b \quad (4.15)$$

Por último temos que :

$$E(I_j) = E\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P} I_{k,j}\right) = \sqrt{P} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N E(I_{k,j}) \quad (4.16)$$

onde :

$$E(I_{k,j}) = E\left[\int_0^{T_b} c_k(t - \tau_k) b_k(t - \tau_k) c_j(t) dt\right] \quad (4.17)$$

Consideraremos  $\tau_k$  e  $b_k(t)$  variáveis aleatórias mutuamente independentes, onde  $\tau_k$  é uniformemente distribuído entre 0 e  $T_b$ . Como  $b_k(t)$  assume os valores +1 ou -1 com a mesma probabilidade, temos que :

$$E(I_{k,j}) = 0 \quad (4.18)$$

Conseqüentemente :

$$E(I_j) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P} E(I_{k,j}) = 0 \quad (4.19)$$

Portanto, o valor esperado da variável de decisão será :

$$\begin{aligned} E(Z_j) &= E(S_j) + E(I_j) + E(\eta) \\ E(Z_j) &= \sqrt{P} b_{j,0} T_b \end{aligned} \quad (4.20)$$

Vale observar que o resultado acima é válido para todas as família de sequência de espalhamento bipolares citadas neste trabalho.

Devemos agora calcular a variância da variável de decisão  $Z_j$ . Para o cálculo desta variância, assumimos que os três termos de (4.11) são independentes entre si e que portanto :

$$Var(Z_j) = R^2 R_f^2 \{Var(S_j) + Var(I_j) + Var(\eta)\} \quad (4.21)$$

Como  $S_j$  é determinístico, temos :

$$Var(S_j) = 0 \quad (4.22)$$

A variância de  $\eta$  será :

$$\begin{aligned} Var(\eta) &= E[\eta^2] - E^2[\eta] = E[\eta^2] \\ Var(\eta) &= E\left[\int_0^{T_b} \int_0^{T_b} n(t)n(\lambda)c_j(t)c_j(\lambda) dt d\lambda\right] \\ Var(\eta) &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[n(t)n(\lambda)]c_j(t)c_j(\lambda) dt d\lambda \end{aligned} \quad (4.23)$$

Como  $n(t)$  foi modelado como um ruído Gaussiano branco de densidade espectral bilateral de potência  $N_0/2$ , temos que sua autocorrelação é dada por :

$$E[n(t)n(\lambda)] = \frac{N_0}{2}\delta(t - \lambda) \quad (4.24)$$

onde  $\delta(t)$  é a função delta de Dirac. Assim,

$$\begin{aligned} Var(\eta) &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \frac{N_0}{2} \delta(t - \lambda) c_j(t) c_j(\lambda) dt d\lambda \\ Var(\eta) &= \frac{N_0}{2} \int_0^{T_b} c_j^2(t) dt = \frac{N_0}{2} T_b \end{aligned} \quad (4.25)$$

A variância do último termo é dada por :

$$Var[I_j] = E[I_j^2] - E^2[I_j] = E[I_j^2] \quad (4.26)$$

pois, conforme já vimos,  $E[I_j] = 0$ .

A variável aleatória  $I_{k,j}$  quantifica a interferência produzida pela sequência  $k$  na recepção da mensagem  $j$ . Assumindo que a correlação entre  $I_{k,j}$  e  $I_{f,j}$ , para  $k \neq f$ , seja nula, ou seja,  $E(I_{k,j}I_{f,j}|_{f \neq k}) = 0$ , teremos que :

$$\begin{aligned} Var[I_j] &= E[I_j^2] = E\left[\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P} I_{k,j}\right)^2\right] = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N PE[I_{k,j}^2] \\ Var[I_j] &= P \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N E[I_{k,j}^2] = P(N-1)E[I_{k,j}^2] \end{aligned} \quad (4.27)$$

Assumiremos também que o sistema possui sincronismo de *chip*, o que simplifica enormemente a análise. Um sistema com sincronismo de chip apresenta um desempenho inferior ao de um sistema sem sincronismo algum [Salehi89a]; expressando portanto um limitante superior na probabilidade de erro do sistema.

Matematicamente o sincronismo de *chip* pode ser expresso como  $\tau_k = lT_c$ , onde  $l$  é um número inteiro e menor que  $G - 1$ . Portanto

$$I_{k,j} = \int_0^{T_b} c_k(t - lT_c) c_j(t) b_k(t - lT_c) dt \quad (4.28)$$

onde  $l$  e  $b_k(t)$  são variáveis aleatórias.

Através de simulações computacionais, obtivemos aproximações para o valor esperado do quadrado de  $I_{k,j}$ , ou seja :

$$E[I_{k,j}^2] \simeq \begin{cases} GT_c^2 & \text{para sequências puramente aleatórias} \\ (G-1)T_c^2 & \text{para sequências Gold} \end{cases} \quad (4.29)$$

Portanto :

$$Var[I_j] \simeq \begin{cases} P(N-1)GT_c^2 & \text{para seqüências puramente aleatórias} \\ P(N-1)(G-1)T_c^2 & \text{para seqüências Gold} \end{cases} \quad (4.30)$$

Portanto, para sistemas que utilizam seqüências puramente aleatórias, a variância da variável de decisão  $Z_j$  pode ser escrita como :

$$\begin{aligned} Var(Z_j) &= R^2 R_f^2 \{Var(S_j) + Var(I_j) + Var(\eta)\} \\ Var(Z_j) &= R^2 R_f^2 \left\{ P(N-1)GT_c^2 + \frac{N_0}{2}T_b \right\} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Podemos enfim escrever as expressões de SNR para seqüências puramente aleatórias como :

$$\begin{aligned} SNR &\simeq \frac{E^2(Z_j)}{Var(Z_j)} = \frac{Pb_{j,0}^2 T_b^2}{P(N-1)GT_c^2 + \frac{N_0}{2}T_b} \\ SNR &\simeq \frac{1}{\frac{N-1}{G} + \frac{N_0}{2E_b}} \end{aligned} \quad (4.32)$$

Pois  $b_{j,0}^2 = 1$  e a energia de bit de informação  $E_b$  é expressa por  $E_b = PT_b$ . Caso a potência de transmissão seja alta ( $\frac{E_b}{N_0}$  grande), o ruído será desprezível diante da interferência. Neste caso :

$$SNR \simeq \frac{G}{N-1} \quad (4.33)$$

Para as seqüências Gold teremos :

$$\begin{aligned} SNR &\simeq \frac{T_b^2}{\frac{N_0}{2}T_b + P(N-1)(G-1)T_c^2} \\ SNR &\simeq \frac{1}{\frac{N_0}{2E_b} + (N-1)\frac{(G-1)}{G^2}} \end{aligned} \quad (4.34)$$

Para o caso de ruído desprezível diante da interferência temos :

$$SNR \simeq \frac{G}{G-1} \frac{G}{N-1} \simeq \frac{G}{N-1} \quad (4.35)$$

Ou seja, possui uma SNR levemente maior que o caso das seqüências puramente aleatórias. Para o caso de grandes ganhos de processamento, estas famílias possuem praticamente a mesma SNR.

As seqüências de Walsh, conforme já explicitado, possuem um valores de correlações periódicas muito altos e são completamente inadequadas ao CDMA sem sincronismo de bit. Algumas seqüências são inclusive versões deslocadas de outras da mesma família. Seu uso é restrito apenas a sistemas CDMA com sincronismo de bit na recepção.

As SMCs apresentam boas características de autocorrelação e correlação cruzada. Inclusive bem melhores que as seqüências de Walsh. Todavia, como não existem em grande número, não são adequadas ao nosso modelo de OCDMA assíncrono.

#### 4.3.4 Probabilidade de Erro de Bit

Calcularemos a probabilidade de erro de bit  $P_e$  deste modelo de OCDMA que utiliza seqüências bipolares através de sua SNR. Para tanto, será utilizada a aproximação Gaussiana, ou seja :

$$P_e \simeq Q(\sqrt{SNR}) \quad (4.36)$$

onde  $Q(x)$  é uma função dada por :

$$Q(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^{\infty} \exp(-\frac{t^2}{2}) dt \quad (4.37)$$

A aproximação Gaussiana é bastante válida quando o número de usuários na rede é grande; fazendo prevalecer o Teorema Central do Limite e tornando, com isso, a variável de decisão  $Z_j$  uma variável aleatória Gaussiana.

Destá forma, podemos expressar  $P_e$  para os diversos casos estudados. Para as seqüências puramente aleatórias temos :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{1}{\frac{N_0}{2E_b} + \frac{N-1}{G}}}\right) \quad (4.38)$$

Se  $\frac{E_b}{N_0}$  for grande ou se o número de usuários for grande, temos que o termo de ruído é desprezível diante da interferência. Portanto :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{G}{N-1}}\right) \quad (4.39)$$

Por outro lado, se o ruído térmico for grande, teremos :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (4.40)$$

Da mesma forma, para as seqüências Gold podemos expressar  $P_e$  aproximadamente como :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{1}{\frac{N_0}{2E_b} + (N-1)\frac{(G-1)}{G^2}}}\right) \quad (4.41)$$

Da mesma forma, para grandes valores de  $\frac{E_b}{N_0}$ , ou se o número de usuários for grande, temos que o termo de ruído é desprezível diante da interferência. Portanto :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{G}{G-1} \frac{G}{N-1}}\right) \simeq Q\left(\sqrt{\frac{G}{N-1}}\right) \quad (4.42)$$

Por outro lado, se o ruído térmico for grande, teremos :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (4.43)$$

Percebemos, portanto, que o desempenho deste sistema de OCDMA é, para um número grande de usuários, aproximadamente o mesmo tanto para sequências Gold quanto para sequências puramente aleatórias como sequências de espalhamento. Podemos resumir a probabilidade de erro de bit para este sistema da seguinte maneira :

$$P_e \simeq \begin{cases} Q\left(\sqrt{\frac{G}{N-1}}\right) & \text{para o sistema dominado pela MAI} \\ Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) & \text{para o sistema dominado pelo ruído térmico} \end{cases} \quad (4.44)$$

#### 4.4 Modelo de OCDMA para SOOs

Uma família de SOOs é determinada pelo conjunto  $C = \{N, K, \lambda_a, \lambda_c\}$  [Salehi89a], onde  $N$  é o comprimento da sequência,  $K$  é o peso da sequência (número de marcas),  $\lambda_a$  é o máximo valor de autocorrelação e  $\lambda_c$  é o máximo valor de correlação cruzada entre duas sequências. As SOOs são sequências unipolares, isto é, 0 e +1 são os únicos valores possíveis.

A Figura 4.6 mostra o modelo de transmissão para um sistema OCDMA não síncrono que faz uso de SOOs. Neste modelo temos  $N$  usuários simultâneos gerando sequências de informação unipolares  $b_i(t)$ . Duas diferentes sequências,  $c_i(t)$  e  $d_i(t)$ , são utilizadas em cada transmissor. Caso  $b_i(t) = 1$ , a sequência de espalhamento (que vai modular o laser) é  $c_i(t)$ . Caso  $b_i(t) = 0$ , a sequência de espalhamento é  $d_i(t)$ . Denominaremos genericamente de  $g_i(t)$  as sequências utilizadas no transmissor  $i$ , assim

$$b_i(t)g_i(t) = \begin{cases} c_i(t) & \text{se } b_i(t) = 1 \\ d_i(t) & \text{se } b_i(t) = 0 \end{cases} \quad (4.45)$$

Como o sistema é não síncrono, um atraso  $\tau_i$  é assumido em cada transmissor. Em seguida o sinal resultante modula o laser, que pela fibra óptica o leva até o acoplador.

A Figura 4.7 ilustra o receptor da mensagem  $k$  para este modelo de OCDMA. O sinal  $r(t)$  que chega ao receptor da  $k$ -ésima mensagem é o sinal de saída do acoplador. O ruído  $n(t)$ ,

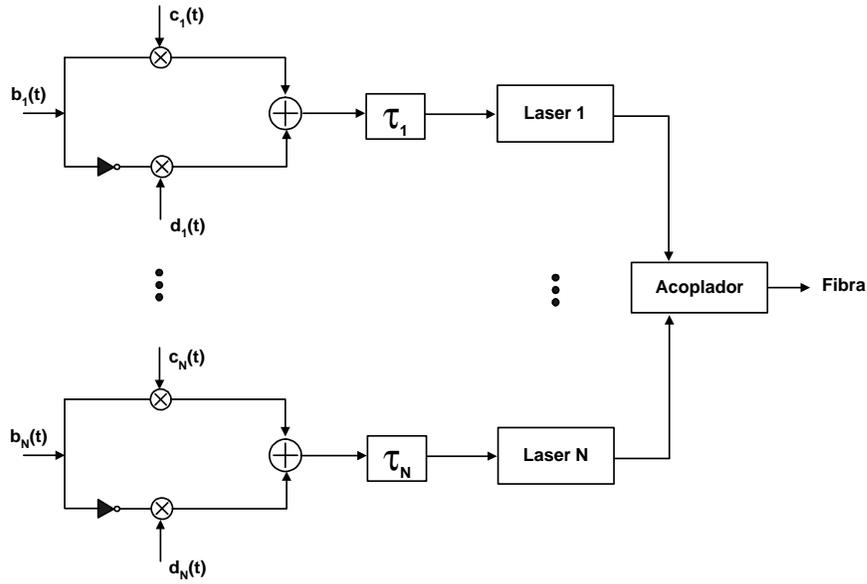


Figura 4.6: Modelo de Transmissor para OCDMA utilizando SOOs

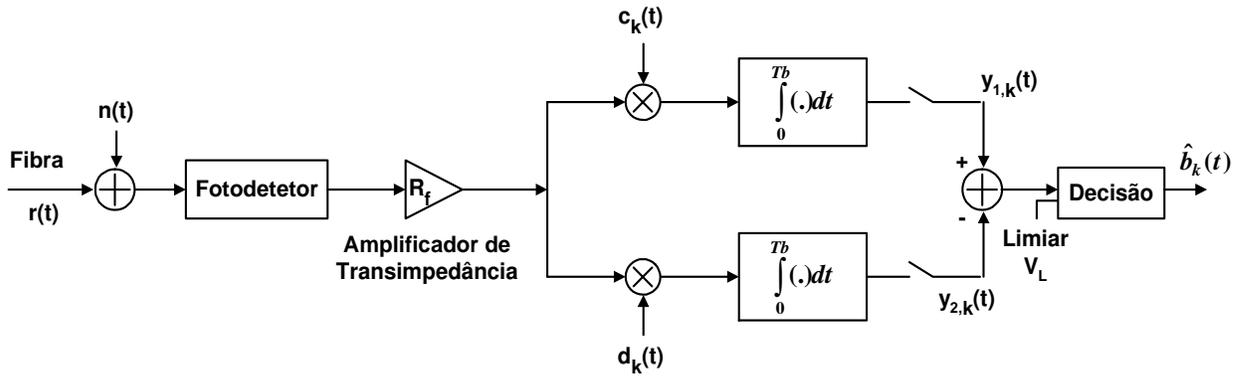


Figura 4.7: Receptor de OCDMA para SOOs

modelado como Gaussiano e branco com densidade espectral bilateral de potência  $N_0/2$ , é adicionado a  $r(t)$ , que em seguida passa por um fotodetector e por um amplificador de transimpedância, onde a informação é convertida do meio óptico para o meio elétrico.

Após isso, o sinal segue por dois caminhos distintos. No superior ele é multiplicado pela sequência de espalhamento  $c_k(t)$  do usuário de quem se deseja receber a informação (neste caso, o usuário  $k$ ) e em seguida passa por um integrador, onde sua saída é amostrada com uma frequência  $1/T_b$ , gerando a variável aleatória  $y_{1,k}(t)$ . No percurso inferior, o sinal é multiplicado por  $d_k(t)$  antes de passar pelo integrador, ser amostrado e gerar a variável aleatória  $y_{2,k}(t)$ . Em seguida  $y_{2,k}(t)$  é subtraído de  $y_{1,k}(t)$  e seu resultado é comparado ao valor de limiar  $V_L$  (neste caso,  $V_L = 0$ ). Se o resultado da comparação for positivo, o bit

enviado é estimado como 1, caso contrário como zero. Apesar de termos utilizado elementos eletrônicos neste modelo, receptores para SOOs que fazem uso de processamento óptico já foram propostos na literatura [Zhang96], [Zhang99] e [Zhang97a].

#### 4.4.1 Relação Sinal-Ruído

Para avaliarmos o desempenho deste sistema, o mesmo procedimento adotado para o modelo com sequências bipolares será adotado. Calcularemos a SNR da variável de decisão  $e$ , utilizando a aproximação Gaussiana, obteremos sua probabilidade de erro de bit.

Conforme ilustrado no modelo, o sinal enviado pelo laser  $i$  pode ser expresso por :

$$\sqrt{P_i}[g_i(t - \tau_i)b_i(t - \tau_i)] \quad (4.46)$$

Dessa maneira, o sinal recebido  $r(t)$  no receptor da mensagem  $k$  é dado pela soma de todos os  $N$  sinais incidentes no acoplador óptico, ou seja :

$$r(t) = \sum_{i=1}^N \sqrt{P_i}[g_i(t - \tau_i)b_i(t - \tau_i)] \quad (4.47)$$

Após a adição de  $n(t)$ , o sinal passa pelo fotodetector e pelo amplificador de transimpedância, podendo ser então expresso por :

$$RR_f \left\{ \sum_{i=1}^N \sqrt{P_i}[g_i(t - \tau_i)b_i(t - \tau_i)] + n(t) \right\} \quad (4.48)$$

No percurso superior (Figura 4.7), o sinal na saída do amostrador é dado por :

$$y_{1,k}(t) = RR_f \int_{\tau_k}^{T_b + \tau_k} \left\{ \sum_{i=1}^N \sqrt{P_i}[g_i(t - \tau_i)b_i(t - \tau_i)] + n(t) \right\} c_k(t) dt \quad (4.49)$$

Assumimos, sem perda de generalidade, que o atraso relativo do usuário  $k$  é nulo, ou seja,  $\tau_k = 0$ . Consideraremos também que há um perfeito sincronismo entre a sequência  $c_k(t)$  transmitida pelo usuário  $k$  e sua cópia gerada localmente no receptor. Como consequência, os atrasos dos demais usuários são relativos a este usuário e pertencem ao intervalo  $0 \leq \tau_k < T_b$ . Assumindo também um controle perfeito de potência, ou seja,  $P = P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_N$ , teremos que :

$$y_{1,k}(t) = RR_f \left\{ \sqrt{P} \int_0^{T_b} b_k(t)c_k(t)c_k(t)dt + \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^N \sqrt{P} \int_0^{T_b} [g_i(t - \tau_i)b_i(t - \tau_i)]c_k(t)dt + \int_0^{T_b} n(t)c_k(t)dt \right\} \quad (4.50)$$

A equação (4.50) possui 3 termos. O primeiro deles, que denominaremos  $S_k$ , pode ser expresso por :

$$S_k = \int_0^{T_b} \sqrt{P} c_k^2(t) b_k(t) dt = \int_0^{T_b} \sqrt{P} c_k^2(t) dt = \sqrt{P} \int_0^{T_b} c_k(t) dt = \sqrt{P} K T_c \quad (4.51)$$

onde assumimos que o bit enviado  $b_k(t) = 1$ . Dessa forma, vemos que este termo é determinístico e proporcional a  $K$ , o número de marcas da família de SOO escolhida.

O segundo termo pode ser reescrito como :

$$I_k = \sum_{\substack{i=1 \\ k \neq i}}^N \sqrt{P} \int_0^{T_b} g_i(t - \tau_k) b_i(t - \tau_k) c_k(t) dt = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P} I_{k,i} \quad (4.52)$$

onde

$$I_{k,i} = \int_0^{T_b} g_i(t - \tau_k) b_i(t - \tau_k) c_k(t) dt \quad (4.53)$$

$I_k$  representa a soma das interferências que os  $N - 1$  usuários produzem na recepção da mensagem do usuário  $k$ . A integral  $I_{k,i}$  indica o grau de correlação entre as duas sequências de espalhamento  $k$  e  $i$ , para um dado atraso  $\tau_i$ , e uma dada sequência de bits  $b_i(t - \tau_i)$  presentes no receptor no intervalo de integração.

O último termo de (4.50), que identificamos como  $\eta$ , representa o ruído aditivo do canal que interfere na variável de decisão. Assim :

$$\eta = \int_0^{T_b} n(t) c_k(t) dt \quad (4.54)$$

Para o percurso superior, por fim, podemos então escrever a variável de decisão  $y_{1,k}$ , ou seja, (4.50), como :

$$y_{1,k} = RR_f \{ S_k + I_k + \eta \} \quad (4.55)$$

Para o percurso inferior do receptor temos :

$$y_{2,k}(t) = RR_f \int_{\tau_k}^{T_b + \tau_k} \left\{ \sum_{i=1}^N \sqrt{P_i} [g_i(t - \tau_i) b_i(t - \tau_i)] + n(t) \right\} d_k(t) dt \quad (4.56)$$

Assumindo novamente  $\tau_k = 0$  e um controle perfeito de potência, teremos :

$$y_{2,k}(t) = RR_f \left\{ \sum_{i=1}^N \sqrt{P} \int_0^{T_b} [g_i(t - \tau_i) b_i(t - \tau_i)] d_k(t) dt + \int_0^{T_b} n(t) d_k(t) dt \right\} \quad (4.57)$$

A equação (4.57) possui 2 termos. O primeiro termo pode ser reescrito como :

$$I'_k = \sum_{i=1}^N \sqrt{P} \int_0^{T_b} g_i(t - \tau_k) b_i(t - \tau_k) d_k(t) dt = \sum_{k=1}^N \sqrt{P} I'_{k,i} \quad (4.58)$$

onde

$$I'_{k,i} = \int_0^{T_b} g_i(t - \tau_k) b_i(t - \tau_k) d_k(t) dt \quad (4.59)$$

O segundo termo é dado por :

$$\eta' = \int_0^{T_b} n(t) d_k(t) dt \quad (4.60)$$

Vale observar que a diferença entre  $I'_{k,i}$  e  $I_{k,i}$  (ou entre  $\eta'$  e  $\eta$ ) é a sequência de espalhamento utilizada na geração desses termos.  $I'_{k,i}$  e  $\eta'$  utilizam  $d_k(t)$ , ao passo que  $I_{k,i}$  e  $\eta$  utilizam a sequência  $c_k(t)$ .

Para o percurso inferior, por fim, podemos escrever a variável de decisão  $y_{2,k}$ , ou seja, (4.57), como :

$$y_{2,k} = RR_f \{ I'_k + \eta' \} \quad (4.61)$$

A variável de decisão neste receptor é  $y_k = y_{1,k} - y_{2,k}$ . Assim,  $y_k$  é dado por :

$$y_k = y_{1,k} - y_{2,k} = RR_f \{ S_k + I_k + \eta - I'_k - \eta' \} \quad (4.62)$$

A relação sinal-ruído de  $y_k$ , como já vimos, vale :

$$SNR = \frac{E^2(y_k)}{Var(y_k)} \quad (4.63)$$

Para uma família de SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ , o valor esperado de  $y_k$  é :

$$\begin{aligned} E(y_k) &= E(y_{1,k}) - E(y_{2,k}) \\ E(y_k) &= RR_f \{ E(S_k) + E(I_k) + E(\eta) \} - RR_f \{ E(I'_k) + E(\eta') \} \\ E(y_k) &= RR_f \{ E(S_k) - E(\sqrt{P} I'_{k,i}) \} \end{aligned} \quad (4.64)$$

pois  $E(\eta) = E(\eta') = 0$ . Como para a família de SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ , sabemos que  $E(I'_{k,i}) = \frac{K^2}{G} T$  [Salehi89c], temos :

$$\begin{aligned} E(y_k) &= RR_f \{ \sqrt{P} K T_c - \sqrt{P} \frac{K^2}{G} T_c \} = RR_f \sqrt{P} T_c \{ K - \frac{K^2}{G} \} \\ E(y_k) &= RR_f \sqrt{P} K T_c [1 - \frac{K}{G}] \end{aligned} \quad (4.65)$$

A variância de  $y_k$  vale :

$$\begin{aligned} Var(y_k) &= Var[RR_f (S_k + I_k + \eta - I'_k - \eta')] \\ Var(y_k) &= R^2 R_f^2 \{ Var(S_k + I_k - I'_k + \eta - \eta') \} \end{aligned} \quad (4.66)$$

Assumindo que as variáveis da equação acima são independentes entre si, podemos escrever :

$$Var(y_k) = R^2 R_f^2 \{Var(S_k) + Var(I_k) + Var(I'_k) + Var(\eta) + Var(\eta')\} \quad (4.67)$$

Como sabemos que  $Var(S_k) = 0$ , pois o termo é determinístico, e que  $Var(\eta) = Var(\eta')$ , temos :

$$Var(y_k) = R^2 R_f^2 \{Var(I_k) + Var(I'_k) + 2Var(\eta)\} \quad (4.68)$$

A variância de  $\eta$  é :

$$\begin{aligned} Var(\eta) &= E[\eta^2] - E^2[\eta] = E[\eta^2] = E\left[\int_0^{T_b} \int_0^{T_b} n(t)n(\lambda)c_j(t)c_j(\lambda)dtd\lambda\right] \\ Var(\eta) &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[n(t)n(\lambda)]c_j(t)c_j(\lambda)dtd\lambda \end{aligned} \quad (4.69)$$

Como  $n(t)$  foi modelado como um ruído Gaussiano branco de densidade espectral bilateral de potência  $N_0/2$ , temos que sua autocorrelação é dada por :

$$E[n(t)n(\lambda)] = \frac{N_0}{2}\delta(t - \lambda) \quad (4.70)$$

Dessa maneira :

$$\begin{aligned} Var(\eta) &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \frac{N_0}{2}\delta(t - \lambda)c_j(t)c_j(\lambda)dtd\lambda \\ Var(\eta) &= \frac{N_0}{2} \int_0^{T_b} c_j^2(t)dt = \frac{N_0}{2} \int_0^{T_b} c_j(t)dt = \frac{N_0}{2}KT_c \end{aligned} \quad (4.71)$$

Considerando a correlação nula entre  $I_{k,j}$  e  $I_{k,i}$  (também entre  $I'_{k,j}$  e  $I'_{k,i}$ ) para  $j \neq i$ , ou seja,  $E[I_{k,i}I_{k,j}|i \neq j] = E[I'_{k,i}I'_{k,j}|i \neq j] = 0$ , teremos :

$$Var(I_k) = Var\left(\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \sqrt{P}I_{k,i}\right) = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N PVar(I_{k,i}) = P(N-1)Var(I_{k,i}) \quad (4.72)$$

$$Var(I'_k) = Var\left(\sum_{k=1}^N \sqrt{P}I'_{k,i}\right) = \sum_{k=1}^N PVar(I'_{k,i}) = PNV ar(I'_{k,i}) \quad (4.73)$$

Dessa maneira,

$$\begin{aligned} Var(I_{k,i}) &= Var(I'_{k,i}) = E[I_{k,i}^2] - E^2[I_{k,i}] \\ Var(I_{k,i}) &= \frac{K^2}{G}T_c^2 - \left(\frac{K^2}{G}T_c\right)^2 = \left[1 - \frac{K^2}{G}\right]\frac{K^2}{G}T_c^2 \end{aligned} \quad (4.74)$$

onde utilizamos que  $E[I_{k,i}^2] = \frac{K^2}{G}T_c^2$  e  $E[I_{k,i}] = \frac{K^2}{G}T_c$ . Tais expressões são válidas para SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  quando assumimos sincronismo de *chip* no sistema [Salehi89c].

Substituindo o resultado acima em (4.72) e (4.73), temos :

$$\text{Var}(I_k) = P(N-1)\left[1 - \frac{K^2}{G}\right]\frac{K^2}{G}T_c^2 \quad (4.75)$$

$$\text{Var}(I'_k) = PN\left[1 - \frac{K^2}{G}\right]\frac{K^2}{G}T_c^2 \quad (4.76)$$

Consequentemente, de (4.68) :

$$\begin{aligned} \text{Var}(y_k) &= R^2 R_f^2 \{ \text{Var}(S_k) + \text{Var}(I_k) + \text{Var}(I'_k) + \text{Var}(\eta) + \text{Var}(\eta') \} \\ \text{Var}(y_k) &= R^2 R_f^2 \{ P[2N-1]\left[1 - \frac{K^2}{G}\right]\frac{K^2}{G}T_c^2 + 2\left[\frac{N_0}{2}KT_c\right] \} \end{aligned} \quad (4.77)$$

Portanto, a SNR de  $y_k$  pode ser expressa por :

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \frac{E^2(y_k)}{\text{Var}(y_k)} \simeq \frac{(RR_f\sqrt{PKT_c}\left[1 - \frac{K}{G}\right])^2}{R^2 R_f^2 \{ P[2N-1]\left[1 - \frac{K^2}{G}\right]\frac{K^2}{G}T_c^2 + 2\left[\frac{N_0}{2}KT_c\right] \}} \\ \text{SNR} &\simeq \frac{PK^2T_c^2\left[1 - \frac{K}{G}\right]^2}{P(2N-1)\left(1 - \frac{K^2}{G}\right)\frac{K^2}{G}T_c^2 + N_0KT_c} \\ \text{SNR} &\simeq \frac{\left[1 - \frac{K}{G}\right]^2}{\frac{(2N-1)}{G}\left(1 - \frac{K^2}{G}\right) + \frac{N_0}{PKT_c}} = \frac{\left[1 - \frac{K}{G}\right]^2}{\frac{(2N-1)}{G}\left(1 - \frac{K^2}{G}\right) + \frac{N_0}{E_b}} \end{aligned} \quad (4.78)$$

pois, para esta família de SOO, a energia média de bit  $E_b$  é definida por  $E_b = PKT_c$ .

Para um número de usuários  $N \gg 1$  e assumindo que  $K^2 \ll G$ , o que é bastante razoável para SOOs, a expressão (4.78) pode ser muito bem aproximada por :

$$\text{SNR} \simeq \frac{1}{2\frac{(N-1)}{G} + \frac{N_0}{E_b}} \quad (4.79)$$

#### 4.4.2 Probabilidade de Erro de Bit

Novamente, calcularemos a probabilidade de erro de bit  $P_e$  deste modelo de OCDMA através de sua SNR. A variável de decisão  $y_k$  pode ser aproximada por uma variável aleatória Gaussiana, principalmente quando o número de usuários na rede é grande ; fazendo prevalecer o Teorema Central do Limite. Consequentemente podemos utilizar :

$$P_e \simeq Q(\sqrt{\text{SNR}}) \quad (4.80)$$

Dessa forma, a probabilidade de erro deste sistema é dada por :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{[1 - \frac{K}{G}]^2}{\frac{(2N-1)}{G}(1 - \frac{K^2}{G}) + \frac{N_0}{E_b}}}\right) \quad (4.81)$$

Utilizando a aproximação (4.79), o desempenho do sistema será dado aproximadamente por :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{1}{2\frac{(N-1)}{G} + \frac{N_0}{E_b}}}\right)$$

$$P_e \simeq \begin{cases} \simeq Q\left(\sqrt{\frac{G}{2(N-1)}}\right) & \text{para o sistema dominado pela MAI} \\ \simeq Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) & \text{para o sistema dominado pelo ruído térmico} \end{cases} \quad (4.82)$$

Comparando (4.44) e (4.82), vemos claramente que, o desempenho de nosso modelo OCDMA com SOOs apresenta um desempenho inferior ao obtido para as sequências bipolares estudadas, tanto quando o ruído térmico é dominante quanto na região onde há um predomínio da MAI.

Outro fator desfavorável da utilização de SOOs em nossos modelos é quanto ao número de sequências disponíveis. Este número, para um dado  $G$ , é bem menor que o mesmo número quando utilizamos um espalhamento por sequências Gold.

Uma comparação entre as expressões de desempenho obtidas neste capítulo e o desempenho encontrado por simulação computacional para os mesmos modelos será detalhada no próximo capítulo.

## Capítulo 5

# Resultados e Simulações

### 5.1 Introdução

Neste capítulo, realizaremos uma análise dos modelos de OCDMA previamente apresentados em capítulos anteriores através do método de simulação de Monte Carlo. As variáveis aleatórias da simulação serão detalhadas e, em seguida, vários resultados de desempenho do sistema serão apresentados.

Os resultados encontrados via simulação serão confrontados com as expressões para o desempenho dos modelos de OCDMA encontrados no capítulo anterior.

Por fim, comentários qualitativos sobre estas comparações serão feitas, sintetizando as idéias desenvolvidas nos dois últimos capítulos.

### 5.2 Simulações e Comentários

Todas as variáveis aleatórias envolvidas em nossas simulações são geradas a partir da distribuição de probabilidade uniforme. São elas : a sequência de bits de informação  $b_k(t)$ , o ruído Gaussiano  $n(t)$  e os atrasos relativos  $\tau_k$ .

A sequência de informação do usuário  $k$ ,  $b_k(t)$ , é uma variável aleatória de Bernoulli, onde os dois valores equiprováveis são  $+1$  e  $-1$ . Para o caso das sequências unipolares do tipo SOO, esta variável aleatória assume equiprovavelmente os valores  $0$  e  $+1$ .

O ruído Gaussiano  $n(t)$  é modelado como uma variável aleatória Gaussiana de média nula e variância  $N_0/2$ .

Os atrasos relativos  $\tau_k$  foram aproximados por atrasos discretos ( $\tau_k = lT_c$ ), simulando um sistema com sincronismo de *chip*. Assim, trata-se de uma variável do tipo binomial que assume os valores  $0, 1T_c, 2T_c, 3T_c, \dots, (G-2)T_c$  e  $(G-1)T_c$  com a mesma probabilidade.

Vamos iniciar com os resultados para as sequências puramente aleatórias. As curvas contí-

nuas expressam os valores das expressões para probabilidade de erro obtidas no capítulo anterior (4.38). Já os símbolos expressam os valores obtidos para o desempenho do sistema através de simulação computacional. A Figura 5.1 ilustra o desempenho de nossa rede OCDMA para sequências bipolares utilizando sequências puramente aleatórias de comprimento 31. Podemos observar uma excelente concordância entre os dados obtidos através de simulação e as expressões teóricas com base na aproximação Gaussiana, o que indica que as aproximações e expressões utilizadas estão muito próximas da descrição exata do modelo, podendo ser utilizadas com bastante segurança.

A Figura 5.2, por sua vez, ilustra o desempenho de nossa rede OCDMA utilizando sequências puramente aleatórias de comprimento 127. Observamos também uma excelente concordância entre simulação e expressões analíticas com base na aproximação Gaussiana.

Como seria esperado, para pequenos valores de  $E_b/N_0$ , a probabilidade de erro de bit tende a  $1/2$ , já que nesta situação o sistema é muito mais afetado pelo ruído que pela interferência. Por outro lado, para grandes valores de  $E_b/N_0$ , observamos que as curvas se estabilizam em um certo patamar de probabilidade de erro. O valor deste patamar depende da razão entre o ganho de processamento do sistema e seu número de usuários. As probabilidades de erro para sistemas CDMA se estabilizam em um certo valor de patamar porque, quando a potências dos lasers são muito maiores que a potência do ruído de detecção, a única limitação do sistema reside na interferência causada pelos demais usuários do sistema. Como todos os usuários possuem a mesma potência em nosso modelo, aumentar a potência do usuário desejado também significa aumentar a interferência causada pelos demais. Conseqüentemente, o aumento de  $E_b/N_0$  não implica em diminuição na probabilidade de erro. Os valores de patamar para essas probabilidades de erro são expressas por (4.39).

Para as sequências Gold, as mesmas comparações entre simulação e expressões baseadas na aproximação Gaussiana são realizadas nas Figuras 5.3 e 5.4. A Figura 5.3 ilustra o desempenho de nossa rede OCDMA bipolar para sequências Gold de comprimento 31. Já a Figura 5.4 expressa o desempenho da rede OCDMA bipolar para sequências Gold de comprimento 127. Observamos novamente a excelente concordância entre as simulações e os valores obtidos via aproximação Gaussiana (4.41). Observamos também que, da mesma forma que para sequências puramente aleatórias, os valores de probabilidade de erro tendem a  $1/2$  quando pequenos valores de  $E_b/N_0$  são utilizados. Um patamar nos valores de desempenho do sistema também é observado para grandes valores de  $E_b/N_0$ . A justificativa para a existência desta estabilização é a mesma utilizada para as sequências puramente aleatórias. A equação

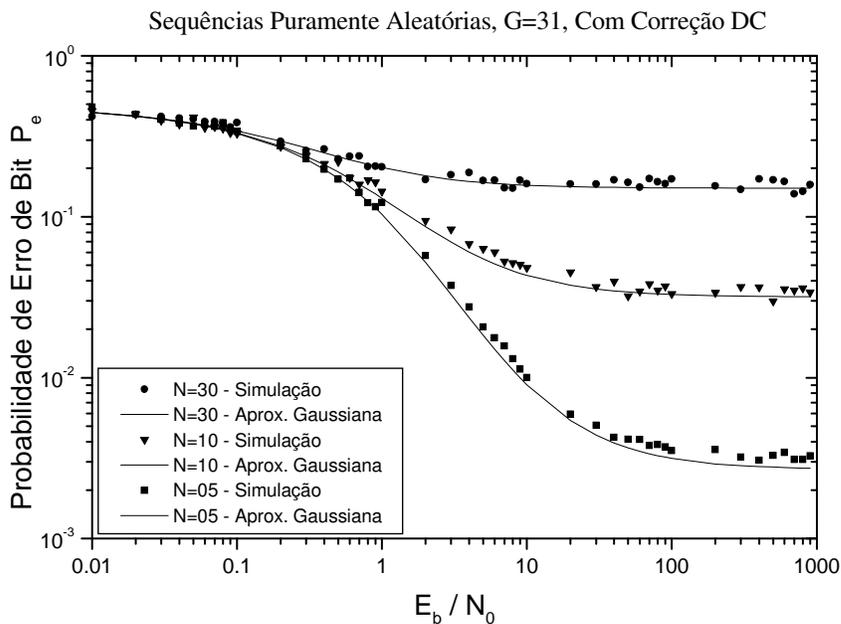


Figura 5.1: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleatórias de Comprimento 31 e com Correção do Nível DC no Receptor.

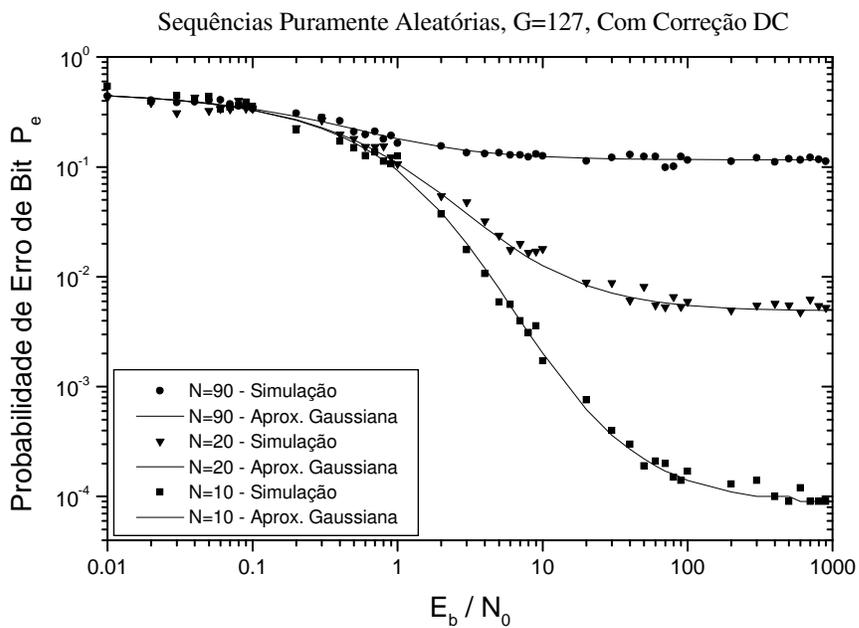


Figura 5.2: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleatórias de Comprimento 127 e com Correção do Nível DC no Receptor.

(4.42) expressa tais valores com base na aproximação Gaussiana.

Observando o desempenho das duas famílias de sequências bipolares estudadas, podemos concluir que as duas demonstram ter aproximadamente o mesmo desempenho, principalmente quando os comprimentos das sequências é grande. Esta conclusão também pode ser observada em (4.39) e (4.42), que expressam praticamente os mesmos valores de probabilidade de erro para grandes valores de  $G$ .

Para as sequências unipolares do tipo SOO com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ , temos o desempenho do nosso modelo de rede de OCDMA mostrado nas Figuras 5.5 e 5.6. Nestes gráficos representamos por linhas contínuas os valores de probabilidade de erro obtidos através de (4.81) e por símbolos descontínuos os valores obtidos via simulação. A Figura 5.5 mostra o desempenho de uma família de SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  de comprimento 31 e número de marcas  $K$  igual a 2 para diversos valores de  $SNR$  e 3 valores de  $N$ . A Figura 5.6 ilustra esse mesmo desempenho para uma família de SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  de comprimento  $G = 50$  e número de marcas  $K$  igual a 2.

Para pequenos valores de  $E_b/N_0$ , observamos uma excelente concordância os valores de desempenho simulados e os obtidos via aproximação Gaussiana (4.81). Conforme esperado, a probabilidade de erro de bit do sistema tende a  $1/2$  a medida que o ruído térmico aumenta.

Para elevadas relações de  $E_b/N_0$ , percebemos que o desempenho do sistema é deteriorado pelo aumento do número de usuários no sistema. Nesse regime, há diferenças significativas entre os valores previstos teoricamente e os calculados pela simulação. Tais diferenças se acentuam com a diminuição de  $N$ . A explicação para essas diferenças reside na aproximação Gaussiana. O Teorema Central do Limite só é válido para um número muito grande de variáveis aleatórias, ou seja, a variável de decisão do sistema tende a uma variável aleatória Gaussiana com o aumento do número de usuários. Para um sistema CDMA com poucos usuários, a aproximação Gaussiana não é válida, o que origina as disparidades observadas nas Figuras 5.5 e 5.6. A medida em que  $N$  aumenta, a variável de decisão se torna mais parecida com uma variável aleatória Gaussiana e, como consequência, a diferença entre valores simulados e obtidos teoricamente diminui.

Este efeito também é passível de observação nas curvas de desempenho dos sistemas que se utilizam de sequências bipolares, como na Figura 5.1 ( $N = 05$ ) e na Figura 5.3 ( $N = 05$ ). Entretanto este efeito é mais significativo para o sistema com espalhamento por SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  pois estas SOOs possuem poucas marcas (pequenos valores de  $K$ ). De fato, observamos que quanto maior a relação  $\frac{G}{K}$  (ganho de processamento por número

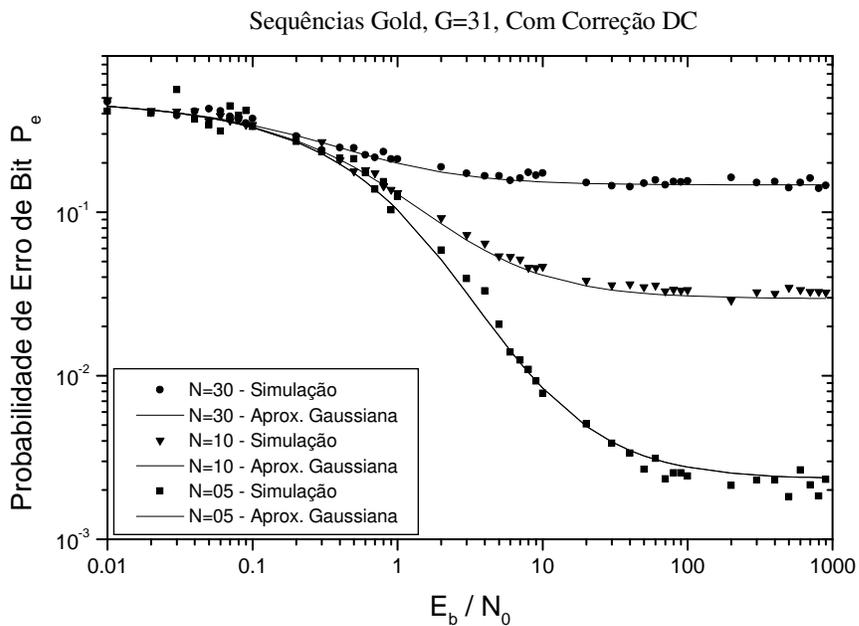


Figura 5.3: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Comprimento 31 e com Correção do Nível DC no Receptor.

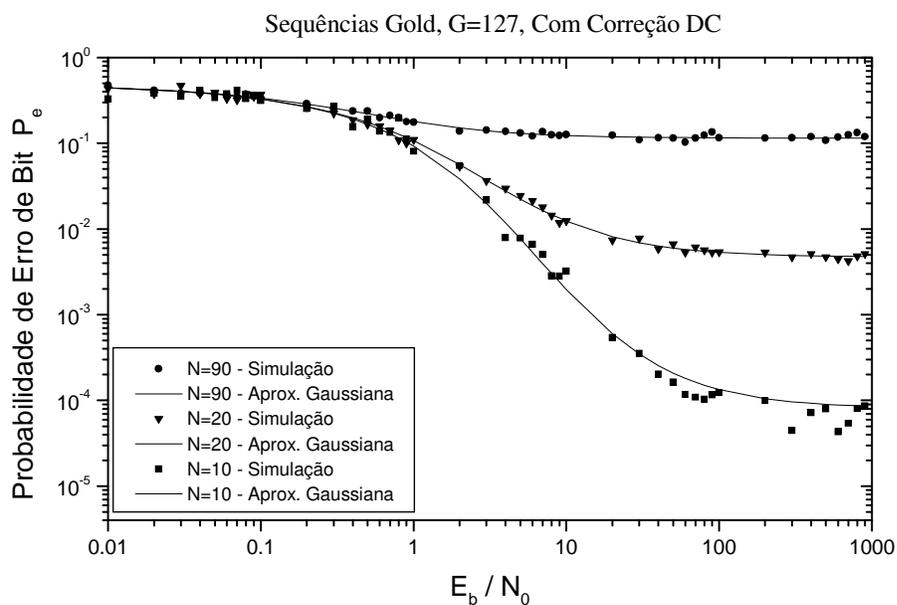


Figura 5.4: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Comprimento 127 e com Correção do Nível DC no Receptor.

de marcas) mais perceptível será este efeito. Também vale observar que este efeito não é visível para pequenos valores de  $E_b/N_0$  porque o ruído térmico já é uma variável aleatória Gaussiana.

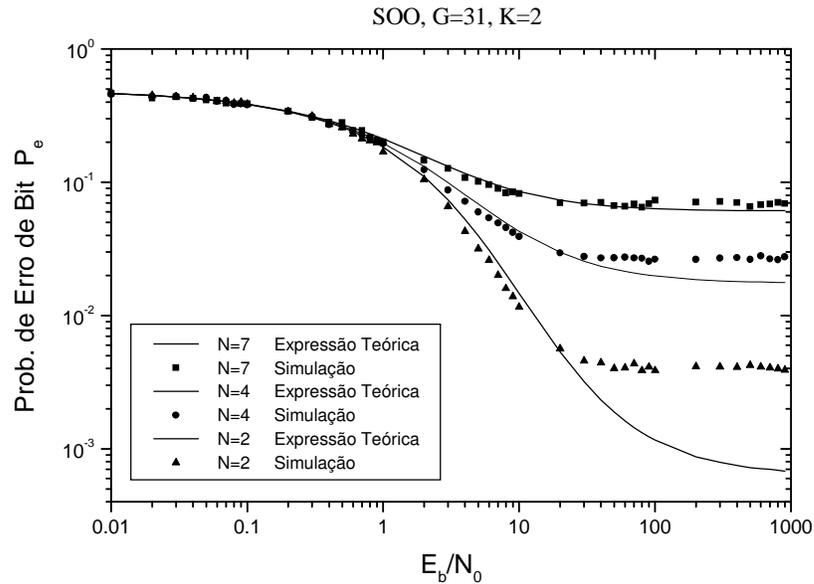


Figura 5.5: Desempenho do Sistema OCDMA Unipolar para SOOs de Comprimento 31 e Duas Marcas

Os resultados acima permitem-nos concluir que, para os modelos de OCDMA neste trabalho, o esquema com espalhamento por sequências Gold possui um melhor desempenho que o esquema que utiliza espalhamento por SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ . Esta conclusão pode ser sintetizada com base nas duas aproximações para a probabilidade de erro de bit dos sistemas estudados, ou seja,

$$P_e \simeq \begin{cases} Q\left(\sqrt{\frac{G}{(N-1) + \frac{N_0}{2E_b}}}\right) & \text{para sequências puramente aleatórias e sequências Gold} \\ Q\left(\sqrt{\frac{G}{2[(N-1) + \frac{N_0}{2E_b}]}}\right) & \text{para SOOs com } \lambda_a = \lambda_c = 1 \end{cases} \quad (5.1)$$

Além de trabalharem com uma maior probabilidade de erro de bit, outra consideração importante é o fato das SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  possuírem um menor número de sequências que as sequências bipolares tipo Gold, para um dado valor de  $G$ .

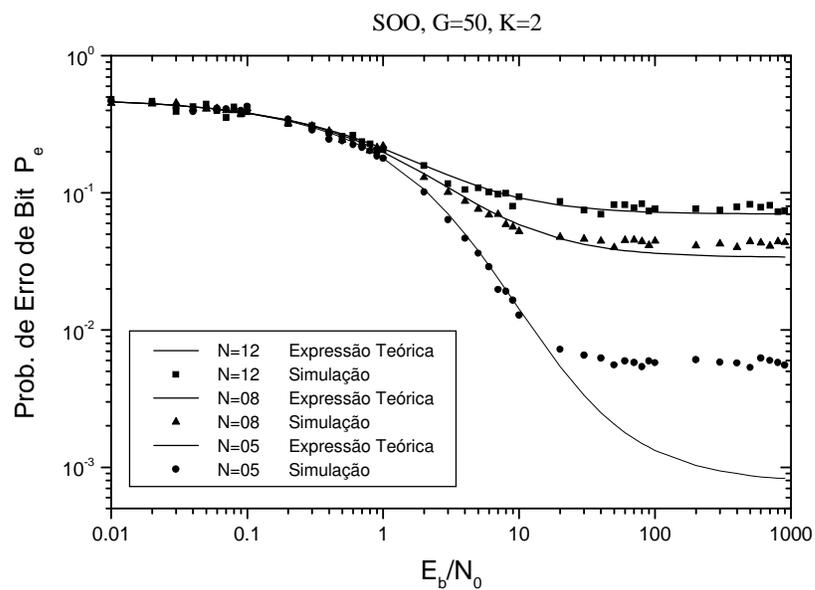


Figura 5.6: Desempenho do Sistema OCDMA Unipolar para SOOs de Comprimento 50 e duas marcas

## Capítulo 6

# Fatores Degradantes do Sistema

### 6.1 Introdução

Neste capítulo faremos uma breve abordagem dos efeitos de degradação ao desempenho dos sistemas OCDMA provocados pelos efeitos da dispersão óptica e da interferência de batimento óptico.

### 6.2 Dispersão

Dispersão é o nome dado a qualquer efeito onde diferentes componentes de um sinal transmitido viajam com diferentes velocidades, chegando em tempos diferentes no receptor. Como consequência, um pulso enviado se alarga no canal, podendo causar interferência intersimbólica na recepção. A quantidade de dispersão em um *link* de comunicação depende fundamentalmente do comprimento do mesmo.

Diversas formas de dispersão existem em sistemas de comunicações ópticas. As mais importantes são a dispersão modal, a dispersão de polarização e a dispersão cromática. A dispersão é medida em unidades de  $\frac{\Delta t}{L\Delta\lambda}$ , onde  $\Delta t$  é o alargamento temporal do pulso,  $\Delta\lambda$  é a largura espectral do pulso e  $L$  é o comprimento do link de comunicação. Tipicamente, esta medida é feita em ps/nm/km.

A dispersão modal surge em fibras multimodo, onde diferentes modos do campo eletromagnético viajam na fibra com diferentes velocidades. Em fibras monomodo este tipo de dispersão é desprezível.

A dispersão por polarização surge devido o fato do núcleo da fibra não ser perfeitamente circular. Portanto diferentes polarizações viajam com diferentes velocidades de grupo. Esta dispersão é mais atuante em sistemas de altas taxas, geralmente maiores de 10 Gb/s.

A principal forma de dispersão é a dispersão cromática, que tem um enorme impacto

nos sistemas monomodo. Esta dispersão surge porque o índice de refração da fibra é função da frequência, ocasionando diferentes componentes de frequência num pulso viajarem com diferentes velocidades.

O efeito de alargamento temporal na dispersão é proporcional ao comprimento do link e à largura espectral do sinal transmitido. Para fibras com dispersão de  $D=17$  ps/nm/km (valor usual para fibras monomodo instaladas nos EUA e na Europa) e largura espectral da fonte de 1 nm, a dispersão cromática é limitada pelo produto  $BL < 30$  (Gb/s)-km, onde B é a taxa de bits transmitida e L é o comprimento do link. Ou seja, transmissões acima de 1 Gb/s só são possíveis para distâncias menores que 30 km, o que vem a ser uma severa limitação [Ramaswani98].

Existem diversos métodos de redução do impacto da dispersão em sistemas ópticos. Entre eles estão a redução da largura espectral dos lasers, a utilização de fibras com pequena dispersão e a compensação de dispersão.

Os lasers DFB oferecem larguras espectrais muito pequenas e, quando associadas à modulação externa, apresentam resultados ainda melhores no combate à dispersão cromática. Estes esquemas já são utilizados atualmente em sistemas de alta velocidade.

Fibras com pequena dispersão já são uma alternativa viável atualmente. Fibras com dispersão deslocada apresentam  $D < 3,3$  ps/nm/km na janela de comprimento de onda de 1550 nm e constituem grande parte das fibras instaladas no Japão. Fibras do tipo NDF (do inglês *Nonzero Dispersion Fiber*) apresentam  $1 < D < 6$  ou  $-6 < D < -1$  ps/nm/km na janela de comprimento de onda de 1550 nm. Estas fibras começaram a ser instaladas recentemente.

A compensação de dispersão é feita através de fibras de compensação de dispersão ou de fibras com grades de Bragg (ou *Chirped Fiber Bragg Gratings*). A compensação de dispersão geralmente é a última alternativa utilizada no combate à dispersão.

Além de todos os avanços descritos acima no combate à dispersão, nossos modelos de OCDMA têm por objetivo atuar em redes locais (ou LANs, do inglês *Local Area Networks*), que possuem dimensões de, no máximo, 10 km. Por isso, a dispersão não é considerada um limitante no desempenho de nossos sistemas.

## 6.3 Interferência de Batimento Óptico

### 6.3.1 Sequências de Espalhamento Bipolares

A interferência de batimento óptico (OBI - do inglês *Optical Beat Interference*) é a interferência que surge devido o batimento entre lasers de diferentes frequências de operação operando em um mesmo sistema. Um detalhado estudo deste tipo de interferência em sistemas com multiplexação de subportadoras (ou SCM, do inglês *Subcarrier Multiplexing*) é realizado em [Desen90] e [Desen88].

As Figuras 4.2 e 4.3 ilustram nosso modelo de receptor e transmissor de OCDMA para sequências bipolares. Consideraremos o ruído Gaussiano  $n(t)$  desprezível diante da interferência. Analisaremos o sistema a partir dos campos elétricos presentes na fibra. Supondo 3 usuários emitindo numa mesma fibra, o campo elétrico incidente  $e(t)$  no fotodetector pode ser expresso por :

$$\begin{aligned} e(t) = & \sqrt{S_1(t)}E_1(t)e^{j\psi_1(t)} + \sqrt{S_2(t-\tau_2)}E_2(t-\tau_2)e^{j\psi_2(t-\tau_2)} \\ & + \sqrt{S_3(t-\tau_3)}E_3(t-\tau_3)e^{j\psi_3(t-\tau_3)} \end{aligned} \quad (6.1)$$

onde  $S_i(t)$  é a potência instantânea do laser  $i$ , que pode ser escrita como :

$$S_i(t) = P_i[b_i(t)c_i(t) + 1] \quad (6.2)$$

Na expressão acima,  $P_i$  é a potência média do laser  $i$ ,  $b_i(t)$  é a sequência bipolar de informação e  $c_i(t)$  é a sequência bipolar de espalhamento. O usuário 1 será o usuário de referência, portanto todos os atrasos  $\tau_i$  no sistema são relativos ao primeiro laser, ou seja,  $\tau_1 = 0$ .  $E_i(t)$  e  $\psi_i(t)$  são, respectivamente, processos estocásticos que descrevem a envoltória do campo elétrico e a fase do laser  $i$ . A fase do laser  $i$  é dada por :

$$\psi_i(t) = \left(\frac{2\pi c}{n\lambda_i}\right)t + \phi_i(t) \quad (6.3)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo,  $n$  é o índice de refração da fibra,  $\lambda_i$  é o comprimento de onda do laser  $i$  e  $\phi_i(t)$  é a fase inicial do laser  $i$ .

A diferença de fase  $\psi_i(t-\tau_i) - \psi_j(t-\tau_j)$  é dada por :

$$\Psi_{i,j}(t) = \psi_i(t-\tau_i) - \psi_j(t-\tau_j) = 2\pi\delta f_{ij}t + \vartheta_0 + \phi_i(t-\tau_i) - \phi_j(t-\tau_j) \quad (6.4)$$

onde  $\delta f_{ij} = \frac{c}{n} \frac{\lambda_j - \lambda_i}{\lambda_i \lambda_j}$  é a diferença de frequência entre o laser  $i$  e o laser  $j$ , e  $\vartheta_0 = \frac{2\pi c}{n} \left[ \frac{\tau_j}{\lambda_j} - \frac{\tau_i}{\lambda_i} \right]$  é uma constante.

Assumimos a diferença de fase  $\phi(t + \tau) - \phi(t)$  como um processo do tipo Wiener-Levy, o que implica num espectro de potência do tipo Lorentziano [Desen90].

A corrente de fotodeteção é proporcional ao quadrado do campo elétrico incidente. Sendo  $R$  é a responsividade do fotodetector, teremos portanto :

$$\begin{aligned}
i(t) &= R|e(t)|^2 \\
&= R\{S_1(t)E_1^2(t) + S_2(t - \tau_2)E_2^2(t - \tau_2) + S_3(t - \tau_3)E_3^2(t - \tau_3) \\
&\quad + 2\sqrt{S_1(t)S_2(t - \tau_2)}E_1(t)E_2(t - \tau_2) \cos[\psi_1(t) - \psi_2(t - \tau_2)] \\
&\quad + 2\sqrt{S_1(t)S_3(t - \tau_3)}E_1(t)E_3(t - \tau_3) \cos[\psi_1(t) - \psi_3(t - \tau_3)] \\
&\quad + 2\sqrt{S_2(t - \tau_2)S_3(t - \tau_3)}E_2(t - \tau_2)E_3(t - \tau_3) \cos[\psi_2(t - \tau_2) - \psi_3(t - \tau_3)]\} \quad (6.5)
\end{aligned}$$

Assumiremos a diferença de fase  $\Psi_{i,j}(t)$  como uniformemente distribuída entre 0 e  $2\pi$ . Assumiremos também que a envoltória do campo elétrico é constante e unitária, o que é uma boa aproximação para lasers operando acima do threshold [Desen90].

A tensão pós-deteção é proporcional à corrente de fotodeteção, ou seja, para uma transimpedância associada  $R_f$  :

$$v(t) = R_f i(t) \quad (6.6)$$

O receptor também possui um eliminador de nível DC que torna a sequência novamente bipolar. Em seguida esta sequência é multiplicada pela sequência de referência  $c_1(t)$  e passa por um integrador e um circuito amostrador.

O sinal na saída do eliminador de nível DC é dado por :

$$\begin{aligned}
v(t) &= RR_f\{P_1b_1(t)c_1(t) + P_2b_2(t - \tau_2)c_2(t - \tau_2) + P_3b_3(t - \tau_3)c_3(t - \tau_3) \\
&\quad + 2\sqrt{P_1P_2}(b_1(t)c_1(t) + 1)(b_2(t - \tau_2)c_2(t - \tau_2) + 1) \cos[\Psi_{1,2}(t)] \\
&\quad + 2\sqrt{P_1P_3}(b_1(t)c_1(t) + 1)(b_3(t - \tau_3)c_3(t - \tau_3) + 1) \cos[\Psi_{1,3}(t)] \\
&\quad + 2\sqrt{P_2P_3}(b_2(t - \tau_2)c_2(t - \tau_2) + 1)(b_3(t - \tau_3)c_3(t - \tau_3) + 1) \cos[\Psi_{2,3}(t)]\} \quad (6.7)
\end{aligned}$$

Assumindo um controle ideal de potência, ou seja,  $P = P_1 = P_2 = P_3$ , e um perfeito sincronismo entre as sequência  $c_k(t)$  gerada no receptor e a gerada no transmissor, podemos

escrever a variável de decisão  $Z_1$  para o primeiro usuário como :

$$\begin{aligned}
Z_1 = & \int_0^{T_b} v(t)c_1(t)dt = RR_fP\left\{ \int_0^{T_b} b_1(t)c_1(t)c_1(t)dt + \int_0^{T_b} b_2(t - \tau_2)c_2(t - \tau_2)c_1(t)dt \right. \\
& + \int_0^{T_b} b_3(t - \tau_3)c_3(t - \tau_3)c_1(t)dt \\
& + 2 \int_0^{T_b} \sqrt{P_1P_2(b_1(t)c_1(t) + 1)(b_2(t - \tau_2)c_2(t - \tau_2) + 1)}c_1(t) \cos[\Psi_{1,2}(t)]dt \\
& + 2 \int_0^{T_b} \sqrt{P_1P_3(b_1(t)c_1(t) + 1)(b_3(t - \tau_3)c_3(t - \tau_3) + 1)}c_1(t) \cos[\Psi_{1,3}(t)]dt \\
& \left. + 2 \int_0^{T_b} \sqrt{P_2P_3(b_2(t - \tau_2)c_2(t - \tau_2) + 1)(b_3(t - \tau_3)c_3(t - \tau_3) + 1)}c_1(t) \cos[\Psi_{2,3}(t)]dt \right\}
\end{aligned} \tag{6.8}$$

O primeiro termo da equação acima corresponde ao sinal desejado. O segundo e o terceiro termos correspondem à MAI. Os últimos três termos são os termos da OBI. Dessa forma, além do termo desejado, podemos identificar 2 tipos de termos presentes em  $Z_1$  :

$$\alpha'_1 = \int_0^{T_b} b_i(t - \tau_i)c_i(t - \tau_i)c_1(t)dt \quad , \text{ para } i \neq 1 \tag{6.9}$$

$$\alpha'_2 = \int_0^{T_b} \sqrt{[b_i(t - \tau_i)c_i(t - \tau_i) + 1][b_j(t - \tau_j)c_j(t - \tau_j) + 1]}c_1(t) \cos[\Psi_{i,j}(t)]dt \quad , \text{ para } j \neq i \tag{6.10}$$

Generalizando a análise acima para  $N$  usuários, além do termo desejado, teremos os seguintes tipos de termos para a variável de decisão  $Z_k$  :

$$\alpha_1 = \int_0^{T_b} b_i(t - \tau_i)c_i(t - \tau_i)c_k(t)dt \quad , \text{ para } i \neq k \tag{6.11}$$

$$\alpha_2 = \int_0^{T_b} \sqrt{[b_i(t - \tau_i)c_i(t - \tau_i) + 1][b_j(t - \tau_j)c_j(t - \tau_j) + 1]}c_k(t) \cos[\Psi_{i,j}(t)]dt \quad , \text{ para } i \neq j \tag{6.12}$$

Dessa forma, na variável de recepção haverá  $N - 1$  termos como  $\alpha_1$  (termos correspondentes à MAI) e  $N^2 - N$  termos como  $\alpha_2$  (termos correspondentes à OBI).

Como a diferença de frequência entre dois lasers quaisquer  $i$  e  $j$  do sistema é muito maior que o inverso do tempo de *chip* do sinal, ou seja,  $\delta f_{ij} \gg (1/T_c)$ , temos que os termos  $\alpha_2$  são muito menores que os termos do tipo  $\alpha_1$ . Dessa maneira, podemos concluir que, em sistemas de CDMA óptico para sequências bipolares, como os neste trabalho estudados, a OBI é muito menor que a MAI, sendo por isso de pouca importância para as expressões de probabilidade de erro de bit. A OBI não é, portanto, determinante para o desempenho dos

sistemas OCDMA aqui estudados, pois seu efeito é praticamente eliminado no processo de descompressão espectral.

De toda forma, podemos quantificar o efeito da OBI nesses sistemas. Como já conhecemos a variância dos termos tipo  $\alpha_1$  e o número de termos tipo  $\alpha_2$ , supondo-os independentes entre si, podemos expressar o desempenho do sistema por :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{E^2(Z_k)}{\text{Var}(Z_k)}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{1}{\frac{N-1}{G} + (N^2 - N)\frac{\text{Var}(\alpha_2)}{T_b^2}}}\right) \quad (6.13)$$

Para o cálculo da variância de  $\alpha_2$  em (6.13), utilizaremos a análise espectral a seguir. Genericamente, podemos escrever  $\alpha_2$  como a integral de uma função  $c(t)$  (que depende das sequências de espalhamento) multiplicada por uma função cosseno, ou seja :

$$\alpha_2 = u(t) = \int_0^{T_b} c_{i,j}(t) \cos[\Psi_{i,j}(t)] dt \quad (6.14)$$

onde  $c_{i,j}(t) = \sqrt{[b_i(t - \tau_i)c_i(t - \tau_i) + 1][b_j(t - \tau_j)c_j(t - \tau_j) + 1]}c_k(t)$  para  $i \neq j$ .

Tal operação pode ser vista como um sistema linear. Assim, podemos escrever :

$$u(t) = [c_{i,j}(t) \cos[\Psi_{i,j}(t)]] * h(t) \quad (6.15)$$

onde  $*$  corresponde a uma operação de convolução e  $h(t)$  é a resposta ao impulso do sistema (integrador de 0 a  $T_b$ ).

Como  $u(t)$  é um processo estocástico, sua densidade espectral de potência  $S_U(f)$  é dada por :

$$S_U(f) = [S_C(f) * S_L(f)] |H(f)|^2 \quad (6.16)$$

onde  $S_C(f)$  e  $S_L(f)$  são, respectivamente, as densidades espectrais de potência dos processos estocásticos  $c_{i,j}(t)$  e  $\cos[\Psi_{i,j}(t)]$ , e  $H(f)$  é a Transformada de Fourier de  $h(t)$ .

A variância de  $u(t)$  será portanto :

$$\sigma_u^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_U(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} [S_C(f) * S_L(f)] |H(f)|^2 df \quad (6.17)$$

Supondo que lasers de um único modo longitudinal sejam utilizados, os termos de batimento óptico (termos com  $\cos[\Psi_{i,j}(t)]$  em (6.7)) terão um espectro de potência do tipo Lorentziano [Desen90], ou seja, com o formato bilateral dado por uma expressão do tipo :

$$S_L(f) \simeq \frac{1}{4\pi\Delta_f[1 + (\frac{f - \delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2]} + \frac{1}{4\pi\Delta_f[1 + (\frac{f + \delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2]} \quad (6.18)$$

onde  $\Delta_f = \frac{c}{n} \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$  é a largura em frequência total do ruído de batimento entre dois lasers,  $\Delta_\lambda$  é a largura espectral em comprimento de onda deste ruído e  $\delta f_{i,j} = \frac{c}{n} \frac{(\lambda_j - \lambda_i)}{\lambda_j \lambda_i}$  é a diferença de frequência entre os lasers  $i$  e  $j$ . Supondo que ambos os lasers têm a mesma largura espectral, o batimento produz um espectro que equivale ao dobro do espectro de um único laser.

A densidade espectral de potência de  $c_{i,j}(t)$  pode ser aproximada por :

$$S_C(f) \simeq T_c^2 \text{sinc}^2(fT_c) \quad (6.19)$$

onde a função  $\text{sinc}(x) = \text{sen}(\pi x)/\pi x$  e  $T_c$  é o tempo de *chip*.

Como assumimos  $B \simeq (1/T_b) \ll \Delta_f$  e  $B \ll \delta f_{i,j}$ , temos que :

$$[S_C(f) * S_L(f)] \simeq S_L(f) \quad (6.20)$$

Também conhecemos  $H(f)$ , ou seja :

$$H(f) = T_b \text{sinc}(fT_b) \quad (6.21)$$

Dessa maneira, temos que a variância pode ser aproximada por :

$$\begin{aligned} \sigma_u^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} S_L(f) |H(f)|^2 df \\ \sigma_u^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{T_b^2 \text{sinc}^2(fT_b)}{4\pi\Delta_f [1 + (\frac{f-\delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2]} + \frac{T_b^2 \text{sinc}^2(fT_b)}{4\pi\Delta_f [1 + (\frac{f+\delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2]} \right] df \\ \sigma_u^2 &\simeq \frac{T_b^2}{2\pi\Delta_f} \int_0^{\infty} \frac{\text{sinc}^2(fT_b)}{[1 + (\frac{f-\delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2]} df + \frac{T_b^2}{2\pi\Delta_f} \int_0^{\infty} \frac{\text{sinc}^2(fT_b)}{[1 + (\frac{f+\delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2]} df \\ \sigma_u^2 &\simeq \frac{T_b}{2\pi\Delta_f} \frac{1}{1 + (\frac{\delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2} \end{aligned} \quad (6.22)$$

onde consideramos que a Lorentziana possui um espectro aproximadamente plano em torno de 0 Hz e assumimos novamente que  $B \ll \Delta_f$  e  $B \ll \delta f_{i,j}$ . O valor de variância obtido acima vale para um dado valor de  $\delta f_{i,j}$ . No entanto, os diversos lasers do sistema possuem diferentes comprimentos de onda centrais. Assim, supondo que os lasers sejam uniformemente distribuídos em uma janela  $\delta\lambda_0$  de comprimentos de onda, ou seja, estando uniformemente distribuído em uma faixa espectral de largura  $\delta f_0 = \frac{c}{n} \frac{\delta\lambda_0}{\lambda^2}$ , uma média para a variância de  $r(t)$  pode ser obtida por :

$$\begin{aligned} \text{Var}(\alpha_2) &= \overline{\sigma_u^2} = \frac{T_b}{2\pi\Delta_f} \frac{1}{\delta f_0} \int_{-\delta f_0/2}^{\delta f_0/2} \frac{1}{[1 + (\frac{\delta f_{i,j}}{\Delta_f})^2]} d\delta f_{i,j} \\ \text{Var}(\alpha_2) &\simeq \frac{T_b}{2\delta f_0} \end{aligned} \quad (6.23)$$

onde consideramos novamente que  $\delta f_0 \gg \Delta_f$ , que a função densidade de probabilidade de  $\delta f_{i,j}$  seja

$$p(\delta f_{i,j}) = \frac{1}{\delta f_0} \quad \text{para} \quad -\frac{\delta f_0}{2} < \delta f_{i,j} < \frac{\delta f_0}{2} \quad (6.24)$$

e que, conseqüentemente

$$\int_{-\frac{\delta f_0}{2}}^{\frac{\delta f_0}{2}} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\delta f_{i,j}}{\Delta_f}\right)^2\right]} d\delta f_{i,j} \simeq \pi \Delta_f \quad (6.25)$$

Podemos, então, estimar a probabilidade de erro de bit do sistema OCDMA com espalhamento bipolar. Com base em (6.13) e (6.23), podemos escrever

$$\begin{aligned} P_e &\simeq Q\left(\sqrt{\frac{1}{\frac{N-1}{G} + (N^2 - N)\frac{Var(\alpha_2)}{T_b^2}}}\right) \\ &\simeq Q\left(\sqrt{\frac{1}{\frac{N-1}{G} + (N^2 - N)\frac{1}{2T_b\delta f_0}}}\right) \end{aligned} \quad (6.26)$$

O termo  $\delta f_0$  (da ordem de  $10^{14}$  Hz) é muitas ordens de grandeza maior que os termos  $(1/T_b)$  ou  $(N^2 - N)$ . Assim, podemos perceber que, conforme já comentado, o termo de interferência relativo à OBI é muito menor que o termo devido à MAI.

Para que a OBI provoque uma degradação ao sistema da ordem da causada pela MAI, devemos ter que :

$$\frac{N-1}{G} = (N^2 - N)\frac{1}{2T_b\delta f_0} \quad (6.27)$$

ou seja,

$$N = \frac{2\delta f_0}{RG} \quad (6.28)$$

onde  $R \simeq \frac{1}{T_b}$ .

Assim, para um  $\delta f_0$  típico da ordem de  $10^{14}$  Hz, uma taxa de bits  $R$  típica de  $10^8$  bps e um ganho de processamento  $G$  de 100 vezes, o número de usuários  $N$  deve ser da ordem de  $10^4$  para que o sistema perca 3 dB devido aos efeitos da OBI.

### 6.3.2 Sequências Ópticas Ortogonais

Uma família de SOOs é determinada pelo conjunto  $C = \{N, K, \lambda_a, \lambda_c\}$  [Salehi89a], onde  $N$  é o comprimento da sequência,  $K$  é o peso da sequência (número de marcas),  $\lambda_a$  é o

máximo valor de autocorrelação entre duas sequências, e  $\lambda_c$  é o máximo valor de correlação cruzada entre as sequências. As SOOs são sequências unipolares, isto é, 0 e +1 são os únicos valores possíveis.

As Figuras 4.6 e 4.7 ilustram, respectivamente, nosso modelo de transmissor e de receptor. O funcionamento destes esquemas fora detalhado no Capítulo 4.

Realizaremos para estas sequências o mesmo tipo de análise utilizada para as sequências bipolares. Consideraremos na análise a seguir o ruído Gaussiano  $n(t)$  desprezível diante da interferência. Supondo apenas 3 usuários presentes na rede, onde o primeiro deles é o usuário de referência, o campo elétrico incidente  $e(t)$  no fotodetector pode ser expresso por :

$$\begin{aligned} e(t) = & \sqrt{S_1(t)}E_1(t)e^{j\psi_1(t)} + \sqrt{S_2(t-\tau_2)}E_2(t-\tau_2)e^{j\psi_2(t-\tau_2)} \\ & + \sqrt{S_3(t-\tau_3)}E_3(t-\tau_3)e^{j\psi_3(t-\tau_3)} \end{aligned} \quad (6.29)$$

Para garantir apenas os valores 0 e +2 no sinal que modula o laser transmissor (os mesmos valores utilizados para sequências bipolares), a potência instantânea do laser  $i$  é dada por :

$$S_i(t) = 2P_i b_i(t) g_i(t) \quad (6.30)$$

onde  $P_i$  é a potência média do laser  $i$ ,  $c_i(t)$  é a sequência unipolar (SOO) de espalhamento e  $b_i(t)$  é a sequência unipolar de informação.  $E_i(t)$  e  $\psi_i(t)$  são os mesmos processos estocástico definidos para a análise com sequências bipolares.

Sendo  $R$  é a responsividade do fotodetector, teremos uma corrente de fotodeteção :

$$\begin{aligned} i(t) = & R|e(t)|^2 \\ = & R\{S_1(t)E_1^2(t) + S_2(t-\tau_2)E_2^2(t-\tau_2) + S_3(t-\tau_3)E_3^2(t-\tau_3) \\ & + 2\sqrt{S_1(t)S_2(t-\tau_2)}E_1(t)E_2(t-\tau_2)\cos[\psi_1(t) - \psi_2(t-\tau_2)] \\ & + 2\sqrt{S_1(t)S_3(t-\tau_3)}E_1(t)E_3(t-\tau_3)\cos[\psi_1(t) - \psi_3(t-\tau_3)] \\ & + 2\sqrt{S_2(t-\tau_2)S_3(t-\tau_3)}E_2(t-\tau_2)E_3(t-\tau_3)\cos[\psi_2(t-\tau_2) - \psi_3(t-\tau_3)]\} \end{aligned} \quad (6.31)$$

Conforme feito para sequências bipolares, assumiremos a diferença de fase  $\Psi_{i,j}(t) = \psi_i(t - \tau_i) - \psi_j(t - \tau_j)$  como uniformemente distribuída entre 0 e  $2\pi$  e a envoltória do campo elétrico de valor constante e unitário.

Para uma transimpedância associada  $R_f$ , a tensão pós-deteção será :

$$v(t) = R_f i(t) \quad (6.32)$$

Assumindo que  $b_1(t) = 1$  foi enviado, um controle ideal de potência e sincronismo entre a sequência de referência transmitida e a gerada localmente no receptor, podemos escrever a variável de decisão  $y_1$  para o primeiro usuário como :

$$\begin{aligned}
y_1 &= \int_0^{T_b} v(t)c_1(t)dt \\
y_1 &= 2RR_fP\left\{ \int_0^{T_b} b_1(t)c_1(t)c_1(t)dt + \int_0^{T_b} b_2(t - \tau_2)g_2(t - \tau_2)c_1(t)dt \right. \\
&\quad + \int_0^{T_b} b_3(t - \tau_3)g_3(t - \tau_3)c_1(t)dt \\
&\quad + 2 \int_0^{T_b} b_1(t)c_1(t)b_2(t - \tau_2)g_2(t - \tau_2)c_1(t) \cos[\Psi_{1,2}(t)]dt \\
&\quad + 2 \int_0^{T_b} b_1(t)c_1(t)b_3(t - \tau_3)g_3(t - \tau_3)c_1(t) \cos[\Psi_{1,3}(t)]dt \\
&\quad \left. + 2 \int_0^{T_b} b_2(t - \tau_2)g_2(t - \tau_2)b_3(t - \tau_3)g_3(t - \tau_3)c_1(t) \cos[\Psi_{2,3}(t)]dt \right\} \quad (6.33)
\end{aligned}$$

A variável de decisão  $y_2$  será :

$$\begin{aligned}
y_2 &= \int_0^{T_b} v(t)c_2(t)dt \\
y_2 &= 2RR_fP\left\{ \int_0^{T_b} b_1(t)c_1(t)d_1(t)dt + \int_0^{T_b} b_2(t - \tau_2)g_2(t - \tau_2)d_1(t)dt \right. \\
&\quad + \int_0^{T_b} b_3(t - \tau_3)g_3(t - \tau_3)d_1(t)dt \\
&\quad + 2 \int_0^{T_b} b_1(t)c_1(t)b_2(t - \tau_2)g_2(t - \tau_2)d_1(t) \cos[\Psi_{1,2}(t)]dt \\
&\quad + 2 \int_0^{T_b} b_1(t)c_1(t)b_3(t - \tau_3)g_3(t - \tau_3)d_1(t) \cos[\Psi_{1,3}(t)]dt \\
&\quad \left. + 2 \int_0^{T_b} b_2(t - \tau_2)g_2(t - \tau_2)b_3(t - \tau_3)g_3(t - \tau_3)d_1(t) \cos[\Psi_{2,3}(t)]dt \right\} \quad (6.34)
\end{aligned}$$

Novamente podemos perceber que o primeiro termo de (6.33) é o sinal procurado. O segundo e o terceiro termos descrevem a MAI no sistema. Os três últimos expressam a OBI. Em (6.34), os três primeiros termos descrevem a MAI do processo, enquanto os três últimos fazem referência à OBI.

Vemos claramente que, como a diferença de frequência entre dois lasers quaisquer  $i$  e  $j$  do sistema é muito maior que o inverso do tempo de *chip* do sinal, ou seja,  $\delta f_{ij} \gg (1/T_c)$ , temos que os termos de OBI em  $y_1$  e  $y_2$  são desprezíveis diante dos termos que descrevem a MAI tanto em  $y_1$  quanto em  $y_2$ . Consequentemente, tais termos também serão desprezíveis na variável decisão  $y = y_1 - y_2$ .

Ao estendermos a análise acima para uma rede com  $N$  usuários, a conclusão é a mesma : a OBI é muito pequena nestes sistemas e por isso a MAI é o seu principal limitante de desempenho.

Podemos quantificar tal efeito com base no calculado para sequências bipolares. Como nossa variável de decisão possui  $2(N^2 - N)$  termos relativos a OBI e tais termos possuem aproximadamente a mesma variância já calculada em (6.23), podemos, utilizando (4.82), aproximar o desempenho deste sistema por :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{1}{2\left[\frac{N-1}{G} + (N^2 - N)\frac{1}{2T_b\delta_{f_0}}\right]}}\right) \quad (6.35)$$

ou seja, novamente, a interferência causada pela OBI se torna comparável à causada pela MAI quando (6.27) for satisfeito.

# Capítulo 7

## Conclusões

### 7.1 Considerações Finais

Esta tese apresentou um estudo sobre o desempenho de redes ópticas tipo *broadcast and select* que fazem uso do CDMA como protocolo de múltiplo acesso. Este desempenho foi avaliado em termos da probabilidade de erro de bit na recepção, obtido através de expressões analíticas baseadas no Teorema Central do Limite e em simulações computacionais. Também foram estudados fenômenos que degradam o desempenho de sistemas ópticos, como a OBI e a dispersão óptica.

Inicialmente fizemos uma breve apresentação dos sistemas CDMA, descrevendo seus principais tipos e características mais relevantes. Em seguida, apresentamos algumas das principais sequências de espalhamento utilizadas em CDMA. Definimos as funções de autocorrelação e correlação cruzada periódicas. SMCs, sequências Gold, sequências puramente aleatórias, sequências Walsh e sequências ópticas ortogonais foram apresentadas, juntamente às suas principais características e formas de obtenção.

O estudo de CDMA óptico foi iniciado com as redes com espalhamento por sequências bipolares. Apresentamos os modelos de transmissor e de receptor utilizando tanto processamento eletrônico quanto processamento óptico. Ponderamos as vantagens do processamento óptico sobre o eletrônico. Em seguida, obtivemos a SNR na variável de decisão deste modelo tanto para sequências puramente aleatórias quanto para sequências Gold. Com base no Teorema Central do Limite, encontramos expressões analíticas da probabilidade de erro deste modelo de OCDMA em função do número de usuários na rede, do ganho de processamento envolvido, da sequência de espalhamento utilizada e da relação  $E_b/N_0$  da transmissão. Os resultados indicaram que o desempenho deste modelo com espalhamento por sequências Gold é aproximadamente o mesmo encontrado quando o sistema é espalhado com sequências

puramente aleatórias. Apesar de serem bem menos numerosas que as sequências puramente aleatórias, as sequências Gold são mais adequadas ao CDMA por apresentarem pequenos valores de correlação cruzada máxima. Simulações computacionais deste sistema foram realizadas, indicando uma excente concordância entre os valores de desempenho simulados e os encontrados analiticamente.

Estudamos também o CDMA óptico aplicado em um modelo de transmissor e receptor com espalhamento por SOOs com  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ . Da mesma forma que para o modelo com sequências bipolares, deduzimos a SNR da variável de decisão do sistema e, utilizando novamente o Teorema Central do Limite, calculamos sua probabilidade de erro de bit em função do número de usuários na rede, do ganho de processamento envolvido e da relação  $E_b/N_0$  da transmissão. A simulação computacional deste modelo apresentou boa concordância com os valores de desempenho obtidos analiticamente, principalmente para redes com muitos usuários. A comparação entre simulação e expressão analítica deste modelo revelou os limites da validade do Teorema Central do Limite. Tal teorema é válido apenas quando a variável de decisão se aproxima de uma variável aleatória Gaussiana. Como as SOOs possuem poucas marcas, a variável de decisão se assemelha a uma variável Gaussiana apenas quando o sistema possui muitos usuários, fazendo assim prevalecer o Teorema Central do Limite e, conseqüentemente, tornando válidas as expressões analíticas encontradas. Quando poucos usuários estão transmitindo no sistema, a variável de decisão em nada se assemelha a uma variável Gaussiana, tornando as expressões analíticas encontradas com base no referido teorema discordantes dos valores obtidos via simulação.

Por fim estudamos os efeitos da dispersão óptica e da OBI nesses sistemas. A dispersão pode ser considerada desprezível pois, em redes locais, as distâncias consideradas são pequenas. Também concluímos que a OBI não é determinante para o desempenho dos sistemas OCDMA aqui estudados, tanto com espalhamento bipolar quanto unipolar, pois seu efeito é praticamente eliminado no processo de descompressão espectral. Mesmo assim, quantificamos a intensidade de sua interferência com base em uma análise espectral e estimamos situações onde seu efeito passa a ser considerável no sistema.

## 7.2 Breves Comentários sobre os Protocolos WDMA, CDMA e TDMA

Os principais protocolos de múltiplo acesso utilizados em microondas e RF são o FDMA, o TDMA e o CDMA. Os sistemas FDMA são os mais amplamente utilizados. Para redes com poucos usuários e tráfego do tipo contínuo, estes protocolos apresentam um bom desempenho. Quando o número de usuários é grande, ou o tráfego ocorre por surtos, o FDMA apresenta limitações [Tanenbaum96]. Comparado aos sistemas FDMA, os TDMA e CDMA possibilitam uma maior capacidade de tráfego total de informações, representando, portanto, uma evolução.

As LANs se caracterizam por terem pequenas dimensões, altas taxas de transmissão (0,1 a 100 Mbps) e baixas taxas de erro ( $10^{-8}$  a  $10^{-11}$ ) [Soares95]. A maioria das redes locais atualmente utilizadas têm como meio de condução pares trançados ou cabos coaxiais. As LANs baseadas em cabos metálicos são utilizadas principalmente para a interligação de computadores. Neste caso, o tráfego não é contínuo, ocorrendo principalmente em surtos. Neste meio, alguns dos protocolos de múltiplo acesso mais utilizados são os baseados em TDMA e acessam o meio de forma aleatória, entre eles o ALOHA, o slotted-ALOHA, o CSMA e o CSMA/CD [Tanenbaum96]. Outras formas de múltiplo acesso muito utilizadas, também baseadas em TDMA, são os protocolos com acessos ordenados sem contenção. Entre estes estão o acesso por *polling*, por *slot*, por inserção de retardo, por passagem de permissão (*token passing*) e por reserva [Soares95]. As LANs ópticas atuais também fazem uso de boa parte dos protocolos acima. Como exemplo, algumas LAN ópticas tipo Gigabit Ethernet utilizam o CSMA/CD e algumas LANs ópticas tipo Token Bus utilizam o *token passing*.

Comparar os diferentes tipos de LANs e seus protocolos de múltiplo acesso não é uma tarefa simples. Existem vários parâmetros de comparação que devem ser levados em consideração. Características como custo, retardo de transferência, confiabilidade, funcionalidade, compatibilidade, entre outras [Soares95], [Green93], são determinantes nesta escolha. De uma forma geral, a escolha de um sistema deve ser tomada com base na natureza de sua aplicação.

Os componentes eletrônicos atuais operam em taxas máximas de transmissão de poucas dezenas de Gbps. Componentes ópticos possuem potencial para suportar taxas de Tbps. As redes baseadas em fibras ópticas possuem uma banda passante utilizável da ordem de dezenas de THz. A completa utilização de toda esta banda tem se tornado possível através da técnica WDM devido a recentes avanços da fotônica [Ramaswani98]. Utilizando os novos

dispositivos ópticos, é possível multiplexar e demultiplexar dezenas, ou mesmo centenas, de canais de alta velocidade (por exemplo 1 Gbps) com comprimentos de onda diferentes, em uma mesma fibra óptica.

As duas outras tecnologias que tentam explorar todo o potencial da fibra óptica e concorrer com os sistemas WDM são o TDMA e o CDMA ópticos [Mukherjee97]. Trata-se de duas opções que utilizam uma taxa de transmissão muito maior que a máxima taxa eletrônica disponível atualmente. Mesmo já havendo estudos para implementar tais sistemas com processamento óptico e assim vencer esta limitação eletrônica, as redes ópticas locais baseadas em TDMA ou CDMA ainda permanecem como algo futurista [Mestdagh95], principalmente por utilizarem componentes ainda longe de serem comerciais.

Apesar do futurismo, as redes ópticas baseadas em CDMA apresentam características bastante atraentes e por isso são muito estudadas. Comparada ao TDMA, o CDMA óptico não requer que todos os usuários estejam conjuntamente sincronizados. Diferentemente do WDMA, não necessita de filtros ópticos sintonizáveis nem lasers sintonizáveis, logo os estabilizadores de comprimento de onda podem ser eliminados. Em outras palavras, todos os nós emitem no mesmo comprimento de onda central [Mestdagh95]. O CDMA não apresenta limite fixo no número de usuários ativos na rede, o que não acontece com o WDMA e o TDMA. Outra vantagem do CDMA óptico é que, ao transmitir com taxas menores que a máxima taxa possível, a interferência na recepção também diminui.

Neste trabalho concentramos mais esforços nas sequências bipolares, apesar disso, as redes OCDMA que se utilizam de espalhamento por SOOs apresentam esquemas muito mais simples e robustos de transmissão e recepção com processamento óptico [Zhang97a]. Tal facilidade tem tornado as aplicações em OCDMA com SOOs (e também com *Prime Sequences*) bem mais promissoras que as que se utilizam sequências bipolares. Por ser um protocolo que proporciona atrasos muito pequenos, são visualizadas aplicações de OCDMA para redes de controle distribuído em tempo real, como por exemplo entre dispositivos de usinas elétricas, aeronaves, satélites, navios, etc.

### 7.3 Propostas para Trabalhos Futuros

- Quantificar a dispersão em OCDMA, relacionando o comprimento da rede, ganho de processamento e a máxima taxa de transmissão possível.
- Utilizar códigos corretores de erros como forma de melhorar o desempenho dos modelos

de OCDMA bipolar.

- Estudo de outras sequências unipolares, como as *Prime Sequences*

# Bibliografia

- [Andonovic94] Tancevski, L., Bazgaloski, L., Andonovic, I. and Budin, J., "Incoherent asynchronous optical CDMA using gold codes", *Electronics Letters*, vol.30, n. 9, April. 1994.
- [Benedetto93] Benedetto, S. and Olmo, G., "Analysis of an Optical Code Division Multiple Access Scheme Employing Gold Sequences", *IEE Proceedings-I*, Vol.140, n.3, June 1993
- [Chang92] Chang, Y. L. and Marhic, M. E., "Fiber-Optic Ladder Networks for Inverse Decoding Coherent CDMA", *Journal of Lightwave Technology*, vol.10, 1992.
- [Desen88] Desem, C., "Optical Interference in Lightwave Subcarrier Multiplexing Systems Employing Multiple Optical Carriers", *Electron. Letters*, 24, pp. 50-52, 1988
- [Desen90] Desem, C., "Optical Interference In Subcarrier Multiplexed Systems With Multiple Optical Carriers" *IEEE J. Selected Areas in Communications* 8 : (7) sep. 1990.
- [Gold68] Gold, R., "Maximal recursive sequences with 3-valued recursive cross correlation functions", *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. IT-14, 1968.
- [Green93] Green Jr., P.E., "Fiber Optic Networks", Prentice Hall, 1993
- [Haykin94] Haykin, S., "Communications Systems", 3<sup>o</sup> Ed., John Wiley & Sons, 1994
- [Martinez97] Martinez, A. A, Tese de Mestrado, "Sequências de Códigos para Uso em Comunicação por Espalhamento Espectral", Escola Politécnica, USP, 1997.
- [Mestdagh95] Mestdagh, D. J. G., "Fundamentals of Multiaccess Optical Fiber Networks", Artech House, 1995
- [Modenese97] Modenese, S. M., Tese de Mestrado : "Desempenho de Sistemas CDMA Aplicados a Redes de Comunicações Ópticas", FEEC-Unicamp, 1997.

- [Modenese98] de Almeida, C. and Modenese, S. M., "Performance Comparison of Pseudo-noise Sequences for Optical CDMA Networks", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 19, n. 5, Dec 1998.
- [Mukherjee97] Mukherjee, B., "Optical Communication Networks", McGraw-Hill, 1997
- [Nguyen97] Ngyuen, L., Dennis, T., Aazhang, B. and Young, J. F., "Experimental Demonstration of Bipolar Codes for Optical Spectral Amplitude CDMA Communications", *Journal of Lightwave Technology*, vol.15, n.9, Sept 1997.
- [Proakis95] Proakis, J. G., "Digital Communications", 3<sup>o</sup> Ed., McGraw-Hill, 1995
- [Pursley77] Pursley, M. B., "Performance evaluation for phase-coded spread-spectrum multiple-access communication - Part I : System Analysis", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. COM-25, n. 8, Aug. 1977.
- [Ramaswani98] Ramaswani. R. and Sivarajan, N.K., "Optical Networks - a Practical Perspective", Morgan Kaufmann, 1998
- [Sampson94] Sampson, D. D., Griffin, R. A. and Jackson, D. A., "Photonic CDMA by Coherent Matched Filtering Using Time-Addressed Coding in Optical Ladder Networks", *Journal of Lightwave Technology*, vol.12, Jan 1994.
- [Sampson97] Sampson, D. D., Pendock, G. J. and Griffin, R. A., "Photonic Code-Division Multiple-Access communications", *Fiber and Integrated Optics* 16 :(2) 1997.
- [Salehi89a] Salehi, J. A., "Code Division Multiple-Access Techniques In Optical Fiber Networks-Part.1 : Fundamental Principles", *IEEE Transactions on Communications*, vol.37, n. 8, Aug. 1989.
- [Salehi89b] Chung, F. R. K, Salehi, J.A. and Wei, V.K., "Optical Orthogonal Codes : Design, Analysis and Applications", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 37, May 1989.
- [Salehi89c] Salehi, J. A. and Brackett, C. A., "Code Division Multiple-Access Techniques In Optical Fiber Networks-PartII : System Performance Analysis", *IEEE Transactions on Communications*, vol.37, n. 8, Aug. 1989.
- [Salehi90] Salehi, J. A., Weiner, A. M. and Heritage, J. P., "Coherent Ultrashort Light Pulse Code-Division Multiple Access Communications Systems", *Journal of Lightwave Technology*, vol.8, 1990.
- [Salehi95] Salehi, J. A., Paek, E. G., "Holographic CDMA", *IEEE Transactions on Communications*, 43, 1995.

- [Santoro86] Prucnal, P. R., Santoro, M. A. and Fan, T. R., "Spread Spectrum Fiber-Optic Local Area Network Using Optical Processing", *Journal of Lightwave Technology*, vol. LT-4, n.5, May 1986.
- [Sarwate80] Sarwate, D. V. and Pursley, M. B., "Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 68, n. 5, may 1980
- [Shaar93] Shaar, A. A. and Davies, P. A., "Prime Sequences : Quasi-Optimal Sequences for OR Channel Code Division Multiplexing", *Electronics Letters*, vol. 19, pp. 888-889, 1993
- [Soares95] Soares, L. F. G. , Lemos, G. , Colcher, S. , "Redes de Computadores - das LANs, MANs e WANs às redes ATM", Segunda Edição, Editora Campus, 1995
- [Takano85] Tamura, S., Nakano, S. and Okazaki, K., "Optical Code-Multiplex Transmission by Gold Sequences", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. LT-3, n.1, Feb. 1985.
- [Tanenbaum96] Tanenbaum, A. S., "Computer Networks", Third Edition, Prentice-Hall PTR, 1996
- [Zaccarin94] Zaccarin, D. and Kavehrad, M., "Performance Evaluation of Optical CDMA systems using Non-Coherent Detection and Bipolar Codes", *Journal of Lightwave Technology*, vol.12, n.1, Jan 1994.
- [Zhang96] Zhang, J.-G., "Real-Time Communications Networks Baed on Optical Fiber Code-Division Multiple -Access Scheme", *ISA Transactions*, 35, pp.205-215, 1996.
- [Zhang97a] Zhang, J.-G, "Using Advanced Optical Multiple-Access Techniques in High-Speed Avionic Local Area Networks for Future Aircraft Applications. Part I : Optical Code-Division Multiple Access Networks", *ISA Transactions*, vol. 36, n. 1. 1997.
- [Zhang97b] Zhang, J.-G, "Performance Improvement of Fibre-Optic Code-Division Multiple Access Systems by Using Error-Correction Codes", *IEE Proceedings -Communications*, vol.144, n. 5, Oct 1997.
- [Zhang99] Zhang, L., Eyoh, C.-H. and Ng, C.-H., "An ATM Cross-Connecting Node Using Optical CDMA", *Computer Communications*, 22, pp.849-857, 1999.

## Apêndice A

# Eliminador de Nível DC

Conforme expressamos anteriormente, é possível se construir um modelo de transmissão OCDMA que se utiliza de sequências bipolares sem a presença de um eliminador de nível DC no receptor. Para o caso com correção de nível DC, o modelo do transmissor está ilustrado na Figura 4.2. O receptor, por sua vez, é basicamente o mesmo apresentado na Figura 4.3, contando com uma única diferença : a ausência do eliminador de nível DC.

A análise de desempenho deste sistema seguirá os mesmos passos utilizados para o receptor com correção de nível DC. Dessa maneira, a variável de decisão  $Z_j$  pode ser expressa por :

$$Z_j = \eta + S_j + I_j + DC_j \quad (\text{A.1})$$

Onde  $\eta$ ,  $S_j$  e  $I_j$  são os mesmos termos definidos respectivamente em (4.54), (4.9) e (4.10). O termo  $DC_j$  surge devido a não correção do nível DC e vale :

$$DC_j = N\sqrt{P} \int_0^{T_b} c_j(t) dt \quad (\text{A.2})$$

Para sequências puramente aleatórias, devido a estrutura destas sequências, temos que :

$$E(DC_j) = 0 \quad (\text{A.3})$$

Portanto :

$$\begin{aligned} E(Z_j) &= E(\eta) + E(S_j) + E(I_j) + E(DC_j) \\ E(Z_j) &= \sqrt{P}b_{j,0}T_b + E(DC_j) = b_{j,0}\sqrt{P}T_b \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

A variância deste termo para sequências puramente aleatórias é dada por

$$Var[DC_j] = Var[N\sqrt{P} \int_0^{T_b} c_j(t) dt] = N^2 P Var[\int_0^{T_b} c_j(t) dt] \quad (\text{A.5})$$

Como a sequência  $c_j(t)$  pode ser qualquer uma das sequências de espalhamento possíveis, temos que :

$$\text{Var}[DC_j] = N^2 P \text{Var}\left[\int_0^{T_b} c_j(t) dt\right] = N^2 P G T_c^2 \quad (\text{A.6})$$

A igualdade acima pode ser comprovada por argumentos combinatoriais. Assumindo que os 4 termos da variável de decisão são independentes entre si, temos que :

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z_j) &= \text{Var}(\eta) + \text{Var}(S_j) + \text{Var}(I_j) + \text{Var}(DC_j) \\ \text{Var}(Z_j) &= \frac{N_0}{2} T_b + 0 + P(N-1) G T_c^2 + N^2 P G T_c^2 \\ \text{Var}(Z_j) &= \frac{N_0}{2} T_b + P(N-1) G T_c^2 + N^2 P G T_c^2 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Portanto, a  $SNR$  da variável de decisão será dada por :

$$\begin{aligned} SNR &= \frac{E^2(Z_j)}{\text{Var}(Z_j)} = \frac{P T_b^2}{\frac{N_0}{2} T_b + P(N-1) G T_c^2 + P N^2 G T_c^2} \\ SNR &= \frac{1}{\frac{N_0}{2E_b} + \frac{N^2 + N - 1}{G}} \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Portanto, utilizando a aproximação Gaussiana, a probabilidade de erro  $P_e$  será :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{1}{\frac{N_0}{2E_b} + \frac{N^2 + N - 1}{G}}}\right) \quad (\text{A.9})$$

Caso a potência de transmissão seja pequena, o ruído será dominante no sistema e seu desempenho será dado por :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \quad (\text{A.10})$$

Caso a potência de transmissão seja alta ( $\frac{E_b}{N_0}$  grande), o ruído será desprezível diante da interferência. Neste caso, teremos que :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{G}{N^2 + N - 1}}\right) \quad (\text{A.11})$$

o que indica uma considerável piora no desempenho do sistema, já que, para as mesmas condições, o desempenho do sistema com correção DC no receptor é dado por :

$$P_e \simeq Q\left(\sqrt{\frac{G}{N - 1}}\right) \quad (\text{A.12})$$

Portanto, caso não haja correção do nível DC no receptor, o sistema torna-se praticamente irrealizável, principalmente para um grande número de usuários.

Expressões aproximadamente iguais podem ser obtidas para o desempenho deste sistema se sequências Gold forem utilizadas. Apresentamos a seguir algumas comparativas do desempenho do sistema OCDMA sem correção de nível DC na recepção. Comparamos a expressão deduzida acima ((A.9) - curvas contínuas) com os resultados obtidos através de simulação numérica computacional (símbolos discretos). Realizamos tal estudo para sequências puramente aleatórias e para sequências Gold. A comparação mostra uma excelente concordância entre as expressões analíticas e os resultados de simulação.

Da mesma forma que o observado para o receptor com correção do nível DC, para pequenas valores de  $E_b/N_0$ , a probabilidade de erro de bit do sistema tende a  $1/2$ , indicando um predomínio do ruído no sistema. Para grandes valores de  $E_b/N_0$ , os resultados indicam a existência de um patamar de estabilização da probabilidade de erro. Os valores destes patamares são expressos em (A.12) e a razão de sua existência é a mesma da detalhada no Capítulo 5.

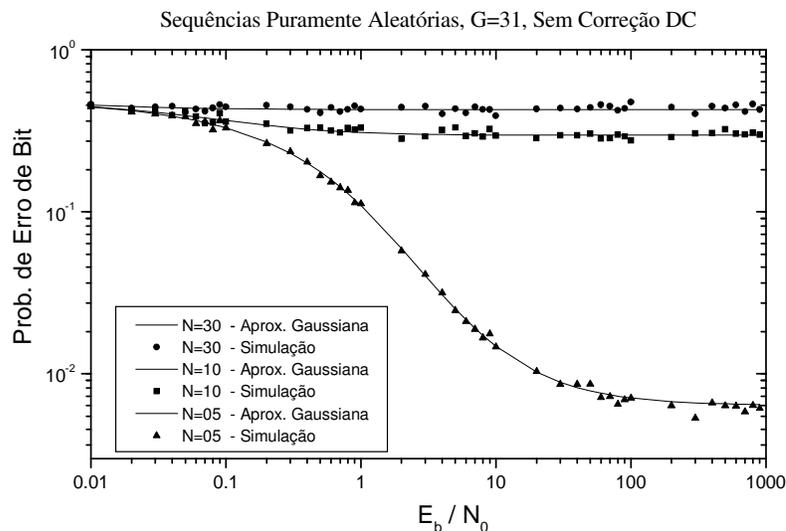


Figura A.1: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleatórias de Comprimento 31 e sem Correção do Nível DC no Receptor.

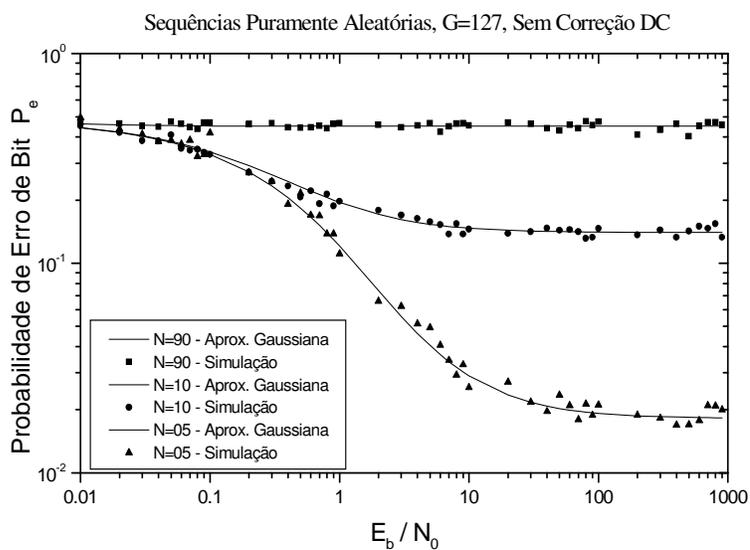


Figura A.2: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Puramente Aleatórias de Comprimento 127 e sem Correção do Nível DC no Receptor.

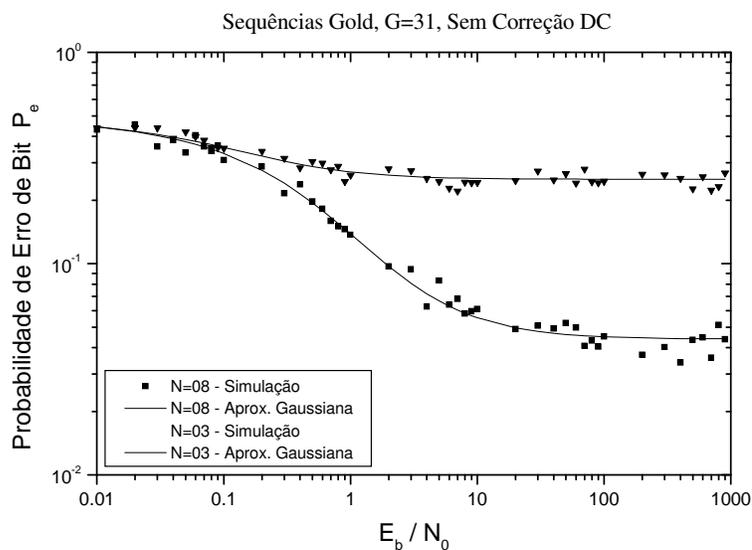


Figura A.3: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Comprimento 31 e sem Correção do Nível DC no Receptor.

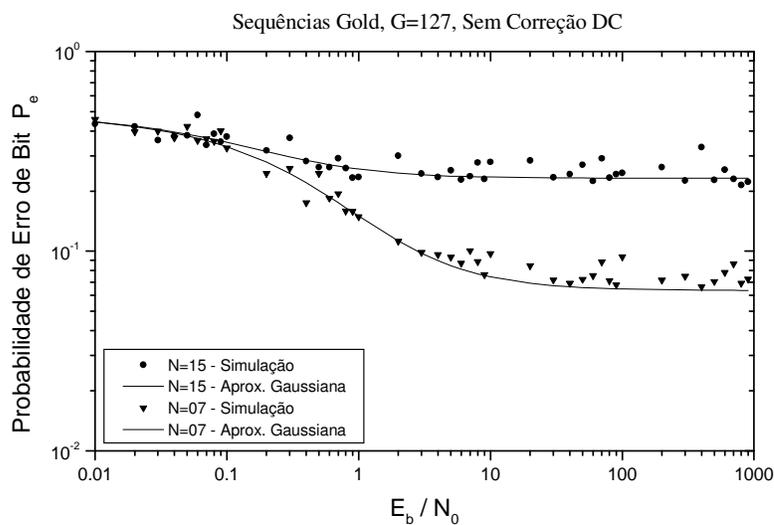


Figura A.4: Desempenho do Sistema OCDMA Bipolar para Sequências Gold de Comprimento 127 e sem Correção do Nível DC no Receptor.